Aufgabe 1:
Seien A, B C*-Algebren und $\varphi \in S(A)$ ein Zustand. Sei $\varphi \otimes \mathrm{id}_B : A \odot B \longrightarrow \mathbb{C} \odot B = B$ die "slice map".
Man zeige: $\varphi \otimes \mathrm{id}_B$ ist kontraktiv bzgl. $\| \,.\, \|_{\min}$ und für $x \in A \odot B$ gilt

$$\varphi \otimes \mathrm{id}_B(x^*)\varphi \otimes \mathrm{id}_B(x) \leq \varphi \otimes \mathrm{id}_B(x^*x).$$

Hinweis: Man kann das Tensorprodukt geeigneter Darstellungen betrachten und mit einer geeigneten Projektion komprimieren.

Aufgabe 2:
Seien A_0, A_1, A_2, B_1, B_2 C*-Algebren mit $A_0 \subset A_1 \subset A_2$ und $B_1 \subset B_2$. Angenommen, A_1 ist nuklear.
a) Man zeige: $A_1 \otimes_{\max} B_1 \subset A_1 \otimes_{\max} B_2$.
b) Man zeige: $A_1 \otimes_{\max} B_1 \subset A_2 \otimes_{\max} B_1$.
Ist Nuklearität von A_1 für beide Aussagen nötig?
c) Man beweise, dass es eine isometrische Einbettung $A_0 \otimes_{\min} B_1 \subset A_2 \otimes_{\max} B_1$ gibt.

Aufgabe 3:
Seien A, B, C C*-Algebren mit $B \subset C$ und $I \lhd A$ ein Ideal.
Man zeige: Falls die Folge

$$0 \to I \otimes_{\min} C \to A \otimes_{\min} C \to A/I \otimes_{\min} C \to 0$$

exakt ist, so auch

$$0 \to I \otimes_{\min} B \to A \otimes_{\min} B \to A/I \otimes_{\min} B \to 0.$$

Abgabe Freitag, 03.05., in der Vorlesung.