
Aufgabe 1:
Man zeige: Für C*-Algebren A, B gilt $\|\,.\,\|_{\min,\overline{A\odot B}}|_{A\odot B} = \|\,.\,\|_{\min,A\odot B}$.

Aufgabe 2:
Man beweise Proposition 1.25:
Seien A_1, A_2, B_1, B_2 C*-Algebren und $\varphi : A_1 \longrightarrow A_2$, $\psi : B_1 \longrightarrow B_2$ *-Homomorphismen. Dann existieren kanonische *-Homomorphismen

$$\varphi \otimes \psi : A_1 \odot B_1 \longrightarrow A_2 \odot B_2,$$

$$\varphi \otimes_{\max} \psi : A_1 \otimes_{\max} B_1 \longrightarrow A_2 \otimes_{\max} B_2,$$
$$\varphi \otimes_{\min} \psi : A_1 \otimes_{\min} B_1 \longrightarrow A_2 \otimes_{\min} B_2.$$

Falls φ und ψ injektiv sind, so auch $\varphi \otimes_{\min} \psi$. Die letzte Aussage ist i.a. falsch für $\varphi \otimes_{\max} \psi$. (Sie dürfen hier benutzen, dass es eine nichtnukleare C*-Algebra gibt, welche in eine nukleare einbettet.)

Aufgabe 3:
Man zeige: Falls $Y \subset \mathrm{PS}(B)$ die C*-Algebra B normiert, so ist $Y \subset \mathrm{PS}(B)$ dicht.

Aufgabe 4:
Seien A, B C*-Agebren und $I \lhd A$, $J \lhd B$ (abgeschlossene, zweiseitige) Ideale. Sei γ eine C*-Norm auf $A \odot B$, also auch auf $I \odot J$.
a) Man zeige: $I \otimes_\gamma J \lhd A \otimes_\gamma B$.
b) Falls I und J wesentlich sind, so auch $I \otimes_{\min} J$.
(Ein Ideal heißt wesentlich, falls es nichttrivialen Durchschnitt mit jedem nichtverschwindenden Ideal hat.)
c) Die Aussage in b) ist für beliebige C*-Normen i.a. nicht richtig.
(Hier dürfen Sie benutzen, dass es unterschiedliche C*-Normen auf $\mathcal{B}(\ell^2(\mathbb{N})) \odot \mathcal{B}(\ell^2(\mathbb{N}))$ gibt.)

Abgabe Freitag, 26.04., in der Vorlesung. Aufgaben 3 und 4 zur mündlichen Bearbeitung in der Übungsgruppe.