

**Aufgabe 1:**

Man gebe ein Beispiel für eine \*-Darstellung  $\pi : A \odot B \rightarrow \mathcal{B}(\mathcal{H})$  so dass  $\pi_A$  und  $\pi_B$  injektiv sind,  $\pi$  jedoch nicht.

**Aufgabe 2:**

Seien  $A, B, C$  C\*-Algebren. Man zeige, dass es kanonische Isomorphismen  $(A \oplus B) \otimes C \cong (A \otimes C) \oplus (B \otimes C)$  und  $(A \oplus B) \otimes_{\max} C \cong (A \otimes_{\max} C) \oplus (B \otimes_{\max} C)$  gibt.

**Aufgabe 3:**

Man zeige, dass  $\mathcal{B}(\ell^2) \odot \mathcal{B}(\ell^2) \subset \mathcal{B}(\ell^2 \otimes \ell^2)$  nicht dicht bzgl. der Normtopologie ist.

**Aufgabe 4:**

Seien  $A$  und  $B$  unital C\*-Algebren. Man zeige, dass das maximale Tensorprodukt die folgende universelle Eigenschaft erfüllt: Für jede C\*-Algebra  $C$  und jedes Paar von \*-Homomorphismen  $\phi_A : A \rightarrow C$  und  $\phi_B : B \rightarrow C$  mit  $[\phi_A(A), \phi_B(B)] = 0$  existiert genau ein \*-Homomorphismus  $\phi : A \otimes_{\max} B \rightarrow C$ , so dass  $\phi(a \otimes b) = \phi_A(a)\phi_B(b)$  für  $a \in A, b \in B$ .

Mit anderen Worten, das maximale Tensorprodukt ist isomorph zur universellen C\*-Algebra, welche von kommutierenden Kopien von  $A$  und  $B$  erzeugt wird,

$$A \otimes_{\max} B \cong C^*(A, B \mid [A, B] = 0).$$