
Aufgabe 1:
Sei A eine unitale C*-Algebra und $s \in A$ eine Isometrie. Definiere $\mu : A \to A$ durch $\mu(a) := sas^*$.
Man zeige, dass $\mathrm{K}_0(\mu) = \mathrm{id}_{\mathrm{K}_0(A)}$ gilt.
Was können Sie an dieser Stelle für $\mathcal{O}_n = \mathrm{C}^*(s_1, \ldots, s_n \mid s_i^* s_i = 1 = \sum_{i=1}^n s_i s_i^*)$ folgern?

Aufgabe 2:
Man zeige: Für jedes $\varepsilon > 0$ existiert ein $\delta > 0$ so dass gilt: Sei A eine unitale C*-Algebra und $x \in A$ ein Element mit $\|x^*x - 1\| < \delta$, $\|xx^* - 1\| < \delta$. Dann existiert ein Unitäres $u \in \mathcal{U}(A)$ mit $\|x - u\| < \varepsilon$.

Aufgabe 3:
Sei A eine C*-Algebra und $p \in A$ eine volle Projektion, d.h. das von p erzeugte zweiseitige Ideal in A ist dicht.
Man zeige: Ist $q \in A$ eine weitere Projektion, so existiert ein $n \in \mathbb{N}$ so dass p in $M_n(A)$ Murray-von Neumann subäquivalent ist zu $p \oplus \ldots \oplus p$ (n Summanden).

Abgabe in der Übung.