

Aufgabe 1:

Sei A eine unitale C^* -Algebra und $a \in A_+^1$. Man zeige, dass

$$p := \begin{pmatrix} a & (a - a^2)^{\frac{1}{2}} \\ (a - a^2)^{\frac{1}{2}} & 1 - a \end{pmatrix}$$

eine Projektion ist, die Murray–von Neumann äquivalent ist zu

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 2:

Sei A eine C^* -Algebra. Man zeige, dass jedes $x \in K_0(A)$ geschrieben werden kann als

$$x = [p]_0 - \left[\begin{pmatrix} 1_n & 0_n \\ 0_n & 0_n \end{pmatrix} \right]_0$$

für ein $p \in P_{2n}(A^+)$ mit

$$p - \begin{pmatrix} 1_n & 0_n \\ 0_n & 0_n \end{pmatrix} \in M_{2n}(A).$$