

Aufgabe 1:

Sei A eine separable unitale C^* -Algebra. Man zeige, dass $K_0(A)$ abzählbar ist.

Aufgabe 2:

Sei A eine C^* -Algebra und $\tau : A \rightarrow \mathbb{C}$ linear. Man zeige, dass die folgenden Aussagen äquivalent sind:

- (i) $\tau(ab) = \tau(ba)$ für alle $a, b \in A$.
- (ii) $\tau(xx^*) = \tau(x^*x)$ für alle $x \in A$.
- (iii) $\tau(uau^*) = \tau(a)$ für alle $a \in A_+$ und $u \in \mathcal{U}(A^\sim)$.

Aufgabe 3:

Man zeige, dass Rang 1 Projektionen in M_2 genau die Elemente von der Form

$$\begin{pmatrix} t & \omega\sqrt{t(1-t)} \\ \bar{\omega}\sqrt{t(1-t)} & 1-t \end{pmatrix}$$

mit $\omega \in S^1$ und $t \in [0, 1]$ sind.

Man folgere, dass der Raum $G_{2,1}$ von solchen Projektionen homöomorph zur 2-Sphäre S^2 ist.