Aufgabe 1:
Sei G eine diskrete abelsche Gruppe. Man beobachte, dass $\mathrm{C_r}(G)$ abelsch ist. Man folgere, dass G amenabel ist. (Das lässt sich natürlich auch direkter beweisen!)

Aufgabe 2:
Man zeige: Untergruppen von diskreten amenablen Gruppen sind wieder amenabel.
Hinweis: Falls $H \subset G$, so schreibe G als disjunkte Vereinigung von Mengen der Form Hg und konstruiere eine H-äquivariante unitale Einbettung $\ell^\infty(H) \hookrightarrow \ell^\infty(G)$. Ist der Beweis konstruktiv?

Aufgabe 3:
Sei A eine unitale C*-Algebra und seien $v_1, \ldots, v_n \in A$ partielle Isometrien.
Man zeige: Falls $\sum_{i=1}^n v_i v_i^* = 1_A = \sum_{i=1}^n v_i^* v_i$, so ist $\sum_{i=1}^n v_i$ unitär.
Gilt die Umkehrung?

Abgabe Freitag, 17.06., in der Vorlesung.