
Aufgabe 1:
Man beweise Satz 3.23 (iii) $\Longrightarrow$ (i): Für eine C*-Algebra B und eine lineare Abbildung $\varphi : M_n \to B$ gilt: (iii) $(\varphi(e_{ij}))_{ij} \in M_n(B)_+ \Longrightarrow$ (i) φ ist vollständig positiv.

Aufgabe 2:
Sei $C \subset \mathcal{B}(\mathcal{H})$ eine unitale C*-Unteralgebra. Man zeige, dass C injektiv (im Sinne von Def. 3.28) ist genau dann wenn es eine vollständig positive bedingte Erwartung $\Phi : \mathcal{B}(\mathcal{H}) \to C$ gibt, d.h. eine vollständig positive C-Bimodulabbildung mit $\Phi(c) = c,\ c \in C$.
Man folgere, dass C injektiv im Sinne von Def. 3.28 ist genau dann, wenn C injektiv ist in der Kategorie der C*-Algebren mit vollständig positiven Kontraktionen als Morphismen, d.h. eine vollständig positive Kontraktion $A \supset B \to C$ lässt sich auf A fortsetzen.

Aufgabe 3:
Sei A eine C*-Algebra mit einer nuklearen Einbettung $A \hookrightarrow \mathcal{B}(\mathcal{H})$. Man zeige: Jede vollständig positive kontraktive Abbildung $\theta : A \to \mathcal{B}(\mathcal{K})$ ist θ nuklear.

Abgabe in der Übung.