WWU Münster, Fachbereich 10
Prof. Dr. Urs Hartl
Maike Frantzen

WS 2017/2018

Übungsblatt 5

Übungen zur Vorlesung Geometrische lineare Algebra

Abgabetermin: Freitag, 10.11.2017, 8 Uhr

1. Seien $A, B \in K^{n\times n}$ zwei Matrizen, so dass eine invertierbare Matrix $S \in GL_n(K)$ existiert mit $SAS^{-1} = B$. Zeigen Sie:
   (a) A und B besitzen dieselben Eigenwerte.
   (b) A ist genau dann diagonalisierbar, wenn dies für B gilt.

   (4 Punkte)

2. Zeigen Sie, dass $v = \begin{pmatrix} \cos(\frac{\alpha}{2}) \\ \sin(\frac{\alpha}{2}) \end{pmatrix}$ und $w = \begin{pmatrix} -\sin(\frac{\alpha}{2}) \\ \cos(\frac{\alpha}{2}) \end{pmatrix}$ Eigenvektoren von
$$A = \begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ \sin\alpha & -\cos\alpha \end{pmatrix}$$
sind. Geben Sie die zugehörigen Eigenwerte und Eigenräume an.
Ist A diagonalisierbar? Wenn ja, geben Sie die zugehörge Diagonalmatrix an.
Beschreiben Sie die zugehörige Abbildung $f_A\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2, x \mapsto Ax$ geometrisch.

   (4 Punkte)

3. Sei K ein Körper und seien $f, g, h \in K[X]$ Polynome. Zeigen Sie:
   (a) Sei $f \neq 0$, dann folgt aus $f \cdot g = f \cdot h$ schon $g = h$.
   (b) $K[X]$ ist nullteilerfrei. (Das heisst, dass aus $f \cdot g = 0$ schon $f = 0$ oder $g = 0$ folgt.)

   (4 Punkte)

4. Welche Zusammenhänge, Details, Inhalte oder Fragen sollen in der nächsten Übung besprochen werden?

   (2 Punkte)