WWU Münster, Fachbereich 10
Prof. Dr. Urs Hartl
Maike Frantzen

WS 2017/2018

Übungsblatt 3

Übungen zur Vorlesung Geometrische lineare Algebra

Abgabetermin:Freitag, 27.10.2017, 8 Uhr

1. (a) Bringen Sie die folgende Matrix durch elementare Spaltenumformungen auf eine obere Dreiecksmatrix und berechnen Sie damit ihre Determinante:

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & -1 & 0 \\ 3 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

(Hinweis: Bringen Sie zunächst die unterste Zeile auf die gewünschte Form.)

(b) Berechnen Sie die Determinante der folgenden Matrix mit Hilfe von Zeilenumformungen:

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & -1 \\ 1 & 4 & 3 & -4 \\ -2 & 0 & 3 & 1 \\ 1 & 5 & 3 & 8 \end{pmatrix}.$$

(4 Punkte)

2. Bestimmen Sie jeweils die Anzahl der benötigten Additionen und Multiplikationen beim Berechnen der Determinante einer $n \times n$-Matrix unter Verwendung der Leibniz-Formel bzw. des Gaußverfahrens mittels elementarer Spalten- oder Zeilenumformungen.

(4 Punkte)

3. (a) Sei $n \in \mathbb{N}$ und K ein Körper. Beweisen Sie

$$n = 1 \quad \Longleftrightarrow \quad det(A+B) = detA + detB \quad \forall A, B \in K^{n\times n}.$$

(b) Es seien die Matrizen $A \in K^{m\times n}$ und $B \in K^{n\times m}$ gegeben, wobei $m > n$ ist. Zeigen Sie:

$$det(AB) = 0$$

(4 Punkte)

4. Welche Zusammenhänge, Details, Inhalte oder Fragen sollen in der nächsten Übung besprochen werden?

(2 Punkte)