WWU Münster, Fachbereich 10
Prof. Dr. Urs Hartl
Maike Frantzen

WS 2017/2018

Übungsblatt 2

Übungen zur Vorlesung Geometrische lineare Algebra

Abgabetermin: Freitag, 20.10.2017, 8 Uhr

1. Bestimmen Sie den Durchschnitt der beiden Ebenen E_1 und E_2 im $\mathbb{R}^3$, die durch folgende Ebenengleichungen gegeben sind:

$$E_1 : 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 7 \qquad \text{und} \qquad E_2 : 5x_1 - x_2 + 4x_3 = 3\ .$$

   (a) Welches geometrische Gebilde stellt die Lösungsmenge dar?

   (b) Skizzieren Sie den Lösungsraum.

   (c) Welche Situation ergibt sich, wenn E_2 ersetzt wird durch E_2' mit

$$E_2' : 4x_1 + 2x_2 + 6x_3 = 5 \quad ?$$

(4 Punkte)

2. Sei A eine Matrix im $\mathbb{R}^{4\times 5}$ gegeben durch

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

   (a) Bestimmen Sie die Lösungsmenge $Lös(A, 0)$ als Teilmenge des $\mathbb{R}^5$.

   (b) Von welchem linearen Gleichungssystem $Ax = b$ ist $v = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 3 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^5$ eine Lösung?

   (c) Was ist die Lösungsmenge des linearen Gleichungssystems aus Aufgabenteil (b)?

(4 Punkte)

3. Rekapitulieren Sie die Begriffe Rang einer Matrix, Kern einer linearen Abbildung und Bild einer linearen Abbildung. Wiederholen Sie dazu die Definitionen aus Ihrer Vorlesung Linearen Algebra 1, oder z.B. aus den Büchern von Gerd Fischer oder Siegfried Bosch. Sind Kern und Bild einer linearen Abbildung Untervektorräume? Was hat die Lösbarkeit, bzw. eindeutige bzw. universelle Lösbarkeit eines linearen Gleichungssystems mit dem Rang zu tun? (4 Punkte)

4. Welche Zusammenhänge, Details, Inhalte oder Fragen sollen in der nächsten Übung besprochen werden?

(2 Punkte)