Algebraische Geometrie
SoSe 2015

Prof. Dr. Urs Hartl
Mark Feldmann

7. Übungsblatt

Abgabetermin: Fr, 5.6.15, 8 Uhr

1. Man entscheide, ob folgenden Prägarben (mit den offensichtlichen Restriktionsabbildungen) Garben sind oder nicht und gebe einen Beweis dafür.
   (a) Es sei $X = \mathbb{R}$ und $\mathcal{C}(U) := \{f\colon U \to \mathbb{R} : f \text{ stetig }\}$ für $U \subseteq X$ offen.
   (b) Es sei $X = \mathbb{R}$ und $\mathcal{B}(U) := \{f\colon U \to \mathbb{R} : f \text{ stetig und beschränkt }\}$ für $U \subseteq X$ offen. *(2 Punkte)*

2. Es sei X ein topologischer Raum und $\mathcal{F}$ sowie $\mathcal{G}$ Prägarben auf X. Man zeige, dass $\alpha\colon \mathcal{F} \to \mathcal{G}$ genau dann ein Isomorphismus von Prägarben ist, wenn $\alpha(U)\colon \mathcal{F}(U) \to \mathcal{G}(U)$ ein Isomorphismus ist für alle $U \subseteq X$ offen. *(2 Punkte)*

3. Es sei X ein topologischer Raum und $\mathcal{F}$ eine Prägarbe auf X. Desweiteren sei $U \subseteq X$ offen und $s, t \in \mathcal{F}(U)$. Man zeige, dass die Menge
$$\{x \in U : s_x = t_x\} \subseteq U$$
offen ist. *(2 Punkte)*

4. Es sei X ein topologischer Raum, $U \subseteq X$ offen und $\mathcal{F}$ eine Garbe auf X. Man zeige, dass die Abbildung
$$\mathcal{F}(U) \longrightarrow \prod_{x \in U} \mathcal{F}_x, \quad s \mapsto (s_x)_{x \in U}$$
injektiv ist. Gilt diese Aussage auch, falls $\mathcal{F}$ nur eine Prägarbe ist? *(2 Punkte)*

5. Es sei X ein topologischer Raum und $\mathcal{F}$ sowie $\mathcal{G}$ seien Prägarben auf X. Zudem sei $\alpha\colon \mathcal{F} \to \mathcal{G}$ ein Morphismus von Prägarben. Wir bezeichnen mit $\alpha_x\colon \mathcal{F}_x \to \mathcal{G}_x$ die entsprechenden Abbildungen auf den Halmen für alle $x \in X$.
   (a) Es sei $\mathcal{F}$ zusätzlich eine Garbe. Man zeige, dass α_x injektiv ist für alle $x \in X$ genau dann wenn $\alpha(U)\colon \mathcal{F}(U) \to \mathcal{G}(U)$ injektiv ist für alle $U \subseteq X$ offen.
   (b) Es seien $\mathcal{F}$ und $\mathcal{G}$ zusätzlich Garben. Man zeige, dass α_x bijektiv ist für alle $x \in X$ genau dann wenn $\alpha(U)\colon \mathcal{F}(U) \to \mathcal{G}(U)$ bijektiv ist für alle $U \subseteq X$ offen. *(4 Punkte)*

6. Welche Zusammenhänge, Details, Inhalte oder Fragen sollen in der nächsten Übung besprochen werden? *(2 Punkte)*

Meist werden in der Mathematik verschiedene Strukturen mit verschiedenen Schriftarten bezeichnet, um sie einfacher unterscheiden zu können. Ein Mathematiker kann daher gar nicht zuviele Schriftarten beherrschen. Die gebräuchlichsten Schriftarten neben dem **lateinischen** Alphabet sind die folgenden:

Das **griechische** Alphabet

Alpha	α	A	Ny	ν	N
Beta	β	B	Xi	ξ	Ξ
Gamma	γ	Γ	Omikron	o	O
Delta	δ	Δ	Pi	π	Π
Epsilon	ϵ ε	E	Rho	ρ	P
Zeta	ζ	Z	Sigma	σ	Σ
Eta	η	H	Tau	τ	T
Theta	θ ϑ	Θ	Ypsilon	υ	Υ
Iota	ι	I	Phi	ϕ φ	Φ
Kappa	κ	K	Chi	χ	X
Lambda	λ	Λ	Psi	ψ	Ψ
My	μ	M	Omega	ω	Ω

Der einzige in der Mathematik aus dem **hebräischen** Alphabet benötigte Buchstabe

Aleph $\aleph$

Die **gotischen** Buchstaben

$\mathfrak{a}$	$\mathfrak{A}$	$\mathfrak{n}$	$\mathfrak{N}$
$\mathfrak{b}$	$\mathfrak{B}$	$\mathfrak{o}$	$\mathfrak{O}$
$\mathfrak{c}$	$\mathfrak{C}$	$\mathfrak{p}$	$\mathfrak{P}$
$\mathfrak{d}$	$\mathfrak{D}$	$\mathfrak{q}$	$\mathfrak{Q}$
$\mathfrak{e}$	$\mathfrak{E}$	$\mathfrak{r}$	$\mathfrak{R}$
$\mathfrak{f}$	$\mathfrak{F}$	ſ $\mathfrak{s}$ ß	$\mathfrak{S}$
$\mathfrak{g}$	$\mathfrak{G}$	$\mathfrak{t}$	$\mathfrak{T}$
$\mathfrak{h}$	$\mathfrak{H}$	$\mathfrak{u}$	$\mathfrak{U}$
$\mathfrak{i}$	$\mathfrak{I}$	$\mathfrak{v}$	$\mathfrak{V}$
$\mathfrak{j}$	$\mathfrak{J}$	$\mathfrak{w}$	$\mathfrak{W}$
$\mathfrak{k}$	$\mathfrak{K}$	$\mathfrak{x}$	$\mathfrak{X}$
$\mathfrak{l}$	$\mathfrak{L}$	$\mathfrak{y}$	$\mathfrak{Y}$
$\mathfrak{m}$	$\mathfrak{M}$	$\mathfrak{z}$	$\mathfrak{Z}$

Die **deutsche** Schrift („Sütterlin“)