Stanislaw SCHUKAJLOW, Münster, Janina KRAWITZ, Münster, Jonas KANEFKE, Münster & Katrin RAKOCZY, Gießen

Effekte einer Instruktion zu offenen Aufgaben: „Wenn ich wüsste, was hier fehlt, dann könnte ich sie lösen“

Einleitung

Die Bearbeitung von Modellierungsaufgaben erfordert anspruchsvolle Übersetzungsprozesse zwischen Realität und Mathematik und der Erwerb der Modellierungskompetenz ist ein wichtiges Ziel des Mathematikunterrichts. Die Erforschung der Frage, wie alltags- und berufsrelevante Inhalte erfolgreich im Unterricht vermittelt werden können, wird als eine zentrale Aufgabe der Lehr-Lernforschung angesehen. Eine wichtige Eigenschaft alltags- und berufsrelevanter Inhalte ist ihre Offenheit. Im Projekt OModA (Offene Modellierungsaufgaben in einem selbständigkeitsorientierten Mathematikunterricht), welches von der Deutschen Forschungsgemeinschaft gefördert wird (GZ: RA 1940/2-1 und SCHU 2629/5-1), wird untersucht,

1. welche Effekte eine auf die Anforderungen der offenen Modellierungsaufgaben zugeschnittene Instruktion auf kognitive und motivationale Faktoren hat (Instruktionsstudie) und
2. wie sich der Unterricht mit offenen Modellierungsaufgaben auf kognitive und motivationale Faktoren auswirkt (Unterrichtsstudie).

In diesem Beitrag berichten wir erste Ergebnisse der Instruktionsstudie hinsichtlich Wirkungen auf kognitive Faktoren.

Offene Aufgaben

Obwohl die Bedeutsamkeit von Modellierungsaufgaben unbestritten ist, zahlreiche fallanalytische, deskriptive Untersuchungen zu Strategien, zu Lehrerkraftwissen und -handlungen, zu Technologien beim Modellieren sowie vereinzelte Interventionsstudien zur Wirkungen von Lernumgebungen auf Leistungen und motivationale Variablen vorliegen (Cevikbas et al., 2022; Schukajlow et al., 2021), wurde die Offenheit von Modellierungsaufgaben in Untersuchungen selten fokussiert. Die Untersuchung der Instruktionsmodelle für die Bearbeitung offener Modellierungsaufgaben stellt ein Forschungsdesiderat dar, an dem das geplante Projekt ansetzt.

In kognitionspsychologischen Forschungen wird die Offenheit von Aufgaben als ein wesentliches Element unscharf definierter Probleme (ill-structured/ ill-defined problems) aufgeführt. Diese Probleme werden mit wohldefinierten Problemen (well-structured/ well-defined problems) kontrastiert.

Die beiden Problemtypen unterscheiden sich durch Angaben, Ziele und Operatoren, die bei unscharfen Problemen nicht vorgegeben und in wohldefinierten Problemen klar umrissen sind (Rourke & Sweller, 2009). Ein ähnlicher Zugang wird in der Mathematikdidaktik und allgemeiner beim Problemlösen gewählt, indem die Klarheit von Anfangszustand, Endzustand und Transformation zwischen dem Anfangs- und Endzustand eines Problems für die Charakterisierung von offenen Problemen als maßgeblicher Faktor betrachtet wird (Blum & Wiegand, 2000; Yeo, 2017). Die wenigen vorhandenen Untersuchungen zu diesem Problemtyp zeigen deutliche Defizite von Lernenden bei der Bearbeitung von offenen Aufgaben. Nur 4% der Lernenden in den USA und China konnten eine Lösung für offene Aufgaben erstellen (Cai, 1995).

Die entscheidende Besonderheit der Bearbeitung einer bzgl. des Anfangszustands offenen Modellierungsaufgabe kann durch spezielle Anforderungen charakterisiert werden (Abb. 1).

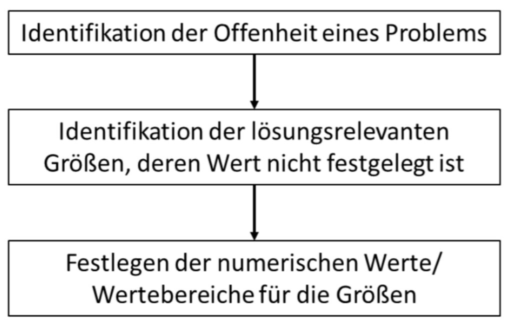
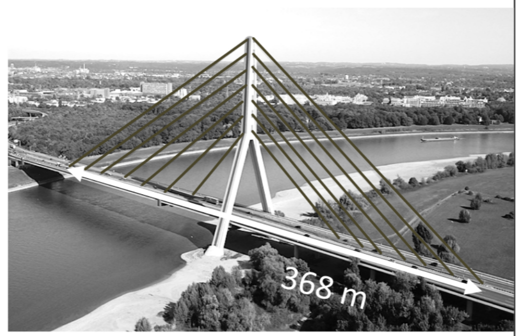


Abb. 1: Charakteristische Anforderungen beim Lösen einer offenen Aufgabe (in Anlehnung an Krawitz et al., 2018)

Zunächst wird die Offenheit eines Problems und anschließend werden die lösungsrelevanten Größen identifiziert, deren Wert nicht festgelegt ist. Schließlich werden die numerischen Werte bzw. Wertebereiche festgelegt. So soll bei der Bearbeitung der Aufgabe Brücke (Abb. 2) identifiziert werden, dass nicht alle Angaben vorgegeben sind. Die Angabe zur Höhe der Brücke über dem Ufer fehlt und muss durch eine Annahme ersetzt werden.

Die zentrale Forschungsfrage lautete: Welche Effekte hat eine Instruktion zum Bearbeiten offener Aufgaben auf die Konstruktion des mathematischen Modells und auf Modellierungsleistungen von Lernenden? Wir gehen davon aus, dass Lernende eine Unterstützung bei der Bewältigung der genannten Anforderungen brauchen und aufgabenspezifische Instruktionen helfen können, diese Anforderungen zu bewältigen. Diese Vermutung wurde in einer experimentellen Instruktionsstudie untersucht.

Brücke



Die 1979 eröffnete Fleher Brücke ist eine Autobahnbrücke über den Rhein (siehe Bild). Der 146 m hohe Pfeiler sieht wie ein auf den Kopf gedrehtes „Y“ aus. Die 42 m breite Fahrbahn ist an sieben schräg von dem Pfeiler gespannten Seilen aufgehängt. Die Seile sind mittig auf der Fahrbahn verankert. Die größte Spannweite der Seile beträgt 368 m (siehe Bild). Im Rahmen einer Sanierung soll das oberste Seil der Brücke ausgetauscht werden.

Wie viel Seil muss dafür neu beschafft werden?

Abb. 2: Offene Aufgabe Brücke

Methode

54 Lernende des Jahrgangs 9 aus drei Klassen eines Gymnasiums (21 weiblich, Durchschnittsalter 14,1 Jahre) wurden innerhalb einer Klasse randomisiert drei Gruppen zugeordnet. In der Experimentalgruppe 1 (EG1) haben Lernende die Instruktion bekommen, dass einige Angaben fehlen und geschätzt werden sollen. Bei der Aufgabe Brücke lautete die Instruktion: *„Für eine Lösung der Aufgabe fehlt die Angabe, wie groß der Abstand zwischen der Fahrbahn und dem darunterliegenden Rheinufer ist. Schätze diese Angabe.“* In der Experimentalgruppe 2 haben sie zusätzlich eine Instruktion bekommen, wie groß eine fehlende numerische Größe ist (EG 2). Bei der Aufgabe Brücke lautete die Instruktion: *„Für eine Lösung der Aufgabe musst Du wissen, wie groß der Abstand zwischen Fahrbahn und dem darunterliegenden Rheinufer ist. Nimm an, dass dieser Abstand 25 m beträgt.“* In der Kontrollgruppe (KG) wurden die Aufgaben ohne Instruktionen bearbeitet. Nach der Bearbeitung von 6 Modellierungsaufgaben wurde das Vorwissen zum Satz des Pythagoras mit 6 Aufgaben erfasst. Als Leistungsindikatoren wurde das Treffen realistischer Annahmen und die Modellierungsleistung erfasst. Die Interraterreliabilität (Cohens Kappa) der beiden Leistungsindikatoren waren mindestens ausreichend. Der Vergleich des mathematischen Vorwissens zeigte keine Unterschiede zwischen den Gruppen.

Ergebnisse und Diskussion

Die Analyse der Leistungen auf der Aufgabenebene hat die Wirksamkeit der Instruktionen bestätigt. Im Folgenden fokussieren wir uns exemplarisch auf die Bearbeitung der Aufgabe Brücke. Kein Lernender der Kontrollgruppe hat die offene Größe (Höhe der Brücke über dem Ufer) in die Lösung miteinbezogen. In der EG1 haben zwei von 16 Probanden die offene Größe bei der Bearbeitung der Aufgabe Brücke erkannt und eine realistische Annahme dazu getroffen. In der EG2, in der ein expliziter Hinweis auf die Höhe der Brücke gegeben wurde, haben fünf von 19 Lernenden die offene Größe in die Lösung miteinbezogen. Die Analyse der Leistungen zeigt, dass in der KG keiner der 16 Lernenden eine richtige Lösung entwickelt hat. In der EG1 zwei von 18 Lernenden (11%) und in der EG 2 fünf von 19 Lernenden (26%) ein korrektes mathematische Modell erstellt haben.

Diese Ergebnisse verdeutlichen exemplarisch, dass die Identifikation offener Größen und das Treffen passender Annahmen eine Hürde im Lösungsprozess darstellen und Instruktionen helfen können, diese Hürden zu bewältigen. Zugleich zeigt der nur relativ kleine Unterschied zwischen den Lösungen in der EG1 im Vergleich zur KG, dass der Umgang mit offenen Größen ein intensives Training erfordert. Im Vortrag werden mehr Probanden in die Analyse einbezogen, sodass robustere Ergebnisse präsentiert werden können. Eine wichtige Grenze der Studie ist die Verwendung von Modellierungsaufgaben, die im Regelunterricht eingesetzt werden können. Die Übertragbarkeit der Ergebnisse auf komplexe Modellierungsaufgaben bleibt somit ungeklärt uns soll in anderen Studien untersucht werden.

Literatur

Blum, W., & Wiegand, B. (2000). Offene Aufgaben – wie und wozu? *Mathematik Lehren*, *100*, 52–55.

Cai, J. (1995). *A cognitive analysis of US and Chinese students' mathematical performance on tasks involving computation, simple problem solving, and complex problem solving*. National Council of Teachers of Mathematics.

Cevikbas, M., Kaiser, G., & Schukajlow, S. (2022). A systematic literature review of the current discussion on mathematical modelling competencies: State-of-the-art developments in conceptualizing, measuring, and fostering. *Educational Studies in Mathematics*, *109*, 205–236.

Krawitz, J., Schukajlow, S., & Van Dooren, W. (2018). Unrealistic responses to realistic problems with missing information: What are important barriers? *Educational Psychology*, *38*, 1221–1238.

Rourke, A., & Sweller, J. (2009). The worked-example effect using ill-defined problems: Learning to recognise designers' styles. *Learning and Instruction*, *19*(2), 185–199.

Schukajlow, S., Kaiser, G., & Stillman, G. (2021). Modeling from a cognitive perspective: theoretical considerations and empirical contributions. *Mathematical Thinking and Learning*. https://doi.org/10.1080/10986065.2021.2012631

Yeo, J. B. W. (2017). Development of a framework to characterise the openness of mathematical tasks. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *15*(1), 175–191.