



© Gregor Schindler

Logische Rätsel von Ralf Schindler

Logische Rätsel haben oft, aber nicht immer Lösungen. Manchmal ist strittig, ob eine Lösung existiert und welches dann die richtige wäre. Wenn ein logisches Rätsel allerdings die Einkleidung eines mathematischen Sachverhaltes ist, dann sollte eine eindeutige Lösung jedenfalls existieren!

Zum Aufwärmen beginnen wir mit einigen alten Hüten, die Lösungen sind schnell zu finden.

1

Drei Logiker sitzen auf Stühlen hintereinander. Der hinterste sieht die beiden vorderen, der mittlere sieht nur den vordersten, und der vorderste sieht niemanden. Alle drei wissen, dass sie jeweils einen Hut aus der Garderobe eines Theaters aufgesetzt bekommen haben, und sie wissen, dass diese Garderobe fünf Hüte zur Verfügung stellt: zwei rote und drei schwarze.

Nun wird der hinterste Logiker gefragt, ob er seine Hutfarbe kenne. Er sagt NEIN. Dann wird der mittlere das gleiche gefragt. Auch er sagt NEIN. Schließlich wird der vorderste gefragt. Was antwortet er?

Eine Variante dieser Übungsaufgabe ist die folgende:

2

Wieder haben die drei Logiker jeweils einen Hut aus derselben Garderobe auf dem Kopf. Ihnen wurden die Augen verbunden, als man sie ihnen aufsetzte. Nun stehen sie zu dritt in einem Zimmer, die Augenbinden werden ihnen gleichzeitig abgenommen, jeder von ihnen sieht die beiden anderen.

Sie sollen sich zu Wort melden, wenn sie wissen, welchen Hut sie selbst aufhaben. Sie sind schnelle Denker, und sie denken genau gleich schnell. Nach drei Sekunden melden sie sich exakt gleichzeitig zu Wort. Wie sind die Hutfarben verteilt?

Wir sind nun warm geworden für die Härten des Alltags:

3

In einem oberbayrischen Dorf leben 50 Paare und ein Pfarrer. Da die Frauen sehr eifersüchtig sind und ihren Männern nicht trauen, versuchen sie stets herauszufinden, ob diese fremdgehen. In der Tat gibt es 20 Männer, die fremdgehen. Wenn eine Frau nachweisen kann, dass ihr Mann fremdgeht, wird er pünktlich zum Abendessen um Sechs aus dem Hause geworfen! In dem Dorf gibt es natürlich viel Klatsch und Tratsch, so dass jede Frau genauestens über die Lage der anderen Paare bescheid weiß, über ihren eigenen Mann aber zunächst nicht.

Da nun alle Einwohner, insbesondere die Männer, regelmäßig beichten gehen und der Pfarrer das Treiben irgendwann nicht mehr aushält, sagt er eines Sonntags in der Kirche: „Es gibt Männer, die fremdgehen!“

Wie lange dauert es, bis die erste Frau nachweisen kann, dass ihr eigener Mann fremdgeht, und wieviele Frauen können dies dann nachweisen?

Das folgende Rätsel hat ebenfalls eine Lösung, auch wenn es mit dem Begriff der Wahrheit spielt:

4

Eine Studentin, Julia, befindet sich in einem Chat-Room. Die Regeln, an die sich tatsächlich jeder hält, sind wie folgt: Gestellte Fragen dürfen nur mit JA oder NEIN beantwortet werden. Und: Jede TeilnehmerIn muss immer die Wahrheit sagen oder immer lügen.

Julia chattet nun mit jemandem, die/der sich „Auguste Victoria“ nennt, sie hat aber noch nicht herausbekommen, ob sich dahinter eine Frau oder ein Mann verbirgt. Sie wird neugierig. Wie kann Julia mit nur einer JA-NEIN-Frage herausbekommen, ob Auguste Victoria in Wahrheit eine Frau oder ein Mann ist?

Auch die folgende Aufgabe hat zunächst scheinbar eine richtige Lösung, die aber bei näherem Hinsehen zerfällt. Das Spielen mit dem Begriff der Wahrheit ist diesmal böseartig:

5

MINIAC: der preiswerteste Computer der Welt. Nimm eine 1-Cent-Münze; Kopf bedeutet JA, Zahl bedeutet NEIN. Stelle eine erste Frage, z. B.: „Wird das Wetter morgen endlich besser werden?“ Wirf die Münze und notiere die Antwort, JA oder NEIN. Die zweite Frage lautet nun: „Hat deine Antwort auf diese zweite Frage denselben Wahrheitswert wie deine Antwort auf die erste Frage?“ Wirf abermals die Münze und notiere die Antwort, JA oder NEIN.

Zeige, dass die Antwort von MINIAC auf die erste Frage richtig war genau dann, wenn die zweite Frage mit JA beantwortet wurde!

Zum Abschluss soll ein Rätsel mitgeteilt werden, an dem sich die Geister scheiden. Gibt es eine Lösung oder nicht? Zum Glück bewegt sich dieses Rätsel abseits der Wege der mathematischen Logik.

6

Eine Schuldirektorin gibt bekannt, dass im Laufe der nächsten Woche ein Probe-Feueralarm stattfinden wird, ohne dass die SchülerInnen morgens wissen werden, dass die Probe an diesem Tage stattfinden wird.

Die SchülerInnen argumentieren: Freitags kann die Probe nicht stattfinden, da wir ansonsten morgens wüßten, dass die Probe an diesem Tage stattfinden wird. Dann kann aber die Probe auch donnerstags nicht stattfinden, da freitags ja nicht in Frage kommt und wir dann donnerstags morgen schon wüßten, dass die Probe an diesem Tage stattfinden wird. Induktion zeigt also sehr leicht, dass die Probe gar nicht stattfinden kann!

Plötzlich gibt es aber am Mittwoch der Woche einen Probe-Feueralarm, mit dem niemand gerechnet hatte! Wie konnte das sein?

Adresse des Autors

Prof. Dr. Ralf Schindler
 Institut für Mathematische Logik und
 Grundlagenforschung
 Fachbereich Mathematik und Informatik
 Universität Münster
 Einsteinstraße 62
 48149 Münster
 rds@math.uni-muenster.de



Ralf Schindler wurde am 19. 2. 65 in Erlangen geboren. Studium der Philosophie, Logik und Wissenschaftstheorie in München, 1996 Promotion, 1996–97 Assistent bei Prof. Koepke in Bonn, 1997–99 Research fellow an der UC Berkeley (USA), 1999–2001 Assistent an der Universität Wien. 2001 Habilitation an der HU Berlin. 2001–03 Ao. Univ.-Professor an der Universität Wien. Seit 1. 11. 03 C4-Professor an der WWU Münster, Lehrstuhl für Mathematische Logik und Grundlagenforschung.