

Übungen zur Vorlesung Mathematik für Physiker I

— Material für die erste Übung, keine Abgabe —

Blatt 0

**Aufgabe 1.** Die Negation einer Aussage  $X$  ist eine Aussage  $Y$ , die genau dann wahr ist, wenn  $X$  falsch ist. Die Negation von “*Nachts sind alle Katzen grau*” ist beispielsweise “*Nachts gibt es eine Katze, die nicht grau ist*”. Formulieren Sie die Negation folgender Aussagen:

- (a) Hunde, die bellen, beißen nicht.
- (b) Wenn man nachts ohne Licht fährt, sieht man nichts; es sei denn, es ist Vollmond.
- (c) Entweder es regnet, oder es läuten die Glocken, oder beides fällt zusammen und es ist Sonntag.

**Aufgabe 2.** (a) Welche der folgenden Abbildungen ist injektiv/surjektiv/bijektiv?

$$f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, x \mapsto x + 1, \quad g: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}, x \mapsto x + 1.$$

(b) Sind folgende Abbildungen  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  injektiv/surjektiv? (Begründung oder Gegenbeispiel):

- i)  $f: (x, y) \mapsto (y + 2, x - 1)$
- ii)  $f: (x, y) \mapsto (xy, x + y)$
- iii)  $f: (x, y) \mapsto (y^3 - y, x)$
- iv)  $f: (x, y) \mapsto \left(\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}, y + x\right)$

**Aufgabe 3.** Zeigen Sie für  $n \in \mathbb{N}$ :

(a)  $\sum_{k=0}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

(b)  $\sum_{k=0}^n k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$

(c)  $\sum_{k=0}^n (2k+1) = (n+1)^2$

(d)  $\sum_{k=1}^{2n} \frac{(-1)^{k-1}}{k} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{n+k}, \quad n \geq 1$