

SEMINARPROGRAMM “KONFORME FELDTHEORIE“

PROF. DR. R. WULKENHAAR, PD DR. C. VOIGT

Das Seminar findet Dienstags 8 - 10 Uhr in SR 4 statt.

1. Einführung

Datum 11. 10. 2011
Vortragender Raimar Wulkenhaar
Inhalt Einführung in die Konforme Feldtheorie und Überblick

2. Konforme Transformationen

Datum 18. 10. 2011
Vortragender
Inhalt Semi-Riemannsche Mannigfaltigkeiten; Signatur einer Metrik; Riemannsche und Lorentz-Mannigfaltigkeiten; Isometrien; konforme Abbildungen; Beispiele konformer Transformationen: Translationen, Rotationen, Dilatationen in $\mathbb{R}^{m,n}$; die Gruppe $O(\mathbb{R}^{n,m})$; spezielle konforme Transformationen
Literatur [12] 1.1, 1.2, 1.4; [2] 2.1; [6] 2.1, 2.2

3. Konforme Killing-Vektorfelder

Datum 25. 10. 2011
Vortragender
Inhalt Vektorfelder und lokale Einparametergruppen; konforme Killing-Vektorfelder; konforme Killing-Faktoren; Charakterisierung konformer Killing-Faktoren für $\mathbb{R}^{p,q}$ mit $p + q > 2$; Bestimmung der konformen Killing-Faktoren für Translationen, Rotationen, Dilatationen und spezielle konforme Transformationen
Literatur [12] 1.3; [6] 2.3

4. Klassifikation konformer Transformationen

Datum 8. 11. 2011
Vortragender
Inhalt Holomorphe und antiholomorphe Funktionen; die Cauchy-Riemann-Differentialgleichungen; Konforme Killing-Vektorfelder für $\mathbb{R}^{2,0}$; Klassifikation konformer Transformationen für $\mathbb{R}^{2,0}$; Möbius-Transformationen; die Riemannsche Sphäre; die konforme Gruppe von $\mathbb{R}^{2,0}$
Literatur [4]; [12] 1.4; [6] 2.5.2; [2] 2.1.3

5. Liealgebren

<i>Datum</i>	15. 11. 2011
<i>Vortragender</i>	
<i>Inhalt</i>	Liealgebren; Beispiele von Liealgebren: abelsche Liealgebren, \mathfrak{gl}_n und \mathfrak{sl}_n ; Liealgebren von Vektorfeldern; Unteralgebren, Ideale und Quotienten; Darstellungen von Liealgebren; Irreduzible Darstellungen von \mathfrak{sl}_2 und Zusammenhang mit Drehimplus und Spin
<i>Literatur</i>	[14] 1.1, 1.3; [15] 3.3, 4.1

6. Die Virasoro-Algebra

<i>Datum</i>	22. 11. 2011
<i>Vortragender</i>	
<i>Inhalt</i>	Polynomiale Vektorfelder auf S^1 ; die Witt-Algebra; die Liealgebra der konformen Transformationen von $\mathbb{R}^{2,0}$; zentrale Erweiterungen; zerfallende zentrale Erweiterungen; 2-Kozykeln und Äquivalenz von Erweiterungen; die Virasoro-Algebra
<i>Literatur</i>	[12] 4.1, 5.2; [6] 3.2.2, 3.2.3

7. Das chirale freie Boson

<i>Datum</i>	29. 11. 2011
<i>Vortragender</i>	
<i>Inhalt</i>	Heisenberg-Liealgebra; der algebraische bosonische Fockraum; Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren; Skalarprodukt und Hilbertraumstruktur; Fockraum-Darstellung der Heisenberg-Liealgebra; Normalordnung; Darstellung der Virasoro-Algebra; zentrale Ladung
<i>Literatur</i>	[12] 7.2, 7.3; [6] 3.2; [11] 2.1

8. Das chirale freie Fermion

<i>Datum</i>	6. 12. 2011
<i>Vortragender</i>	
<i>Inhalt</i>	Die affine Clifford-Liealgebra; der algebraische fermionische Fockraum; Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren; Skalarprodukt und Hilbertraumstruktur; Fockraum-Darstellung der affinen Clifford-Liealgebra; Fermionische Normalordnung; Darstellung der Virasoro-Algebra; zentrale Ladung
<i>Literatur</i>	[9] 3.6; [6] 3.3; [11] 2.1, 4.3

9. Chirale konforme Feldtheorie

<i>Datum</i>	13. 12. 2011
<i>Vortragender</i>	
<i>Inhalt</i>	Felder; die Dirac-Distribution; formaler Kalkül mit Feldern; Lokalität; Operatorproduktentwicklung; Definition von Vertexalgebren; Rekonstruktionssatz (ohne Beweis); Beispiel: Heisenberg-Vertexalgebra
<i>Literatur</i>	[5] 2.1, 2.3, 2.4; [12] 10.1 - 10.4; [9] 2.1 - 2.3, 2.5, 4.1, 4.5

10. Minimale Modelle

<i>Datum</i>	20. 12. 2011
<i>Vortragender</i>	
<i>Inhalt</i>	Konforme Vertexalgebren; Operatorprodukt des Virasorofeldes; Primäre und quasi-primäre Felder; Zyklische Vektoren und Höchstgewichtsdarstellungen der Virasoro-Algebra; Verma-Moduln und ihre irreduziblen Quotienten; Virasoro-Vertexalgebren und minimale Modelle
<i>Literatur</i>	[12] 6.1, 6.2, 6.4, 10.5; [5] 3.4 (3); [1]

11. Die Kac-Determinante

<i>Datum</i>	10. 1. 2012
<i>Vortragender</i>	
<i>Inhalt</i>	Unitäre Darstellungen der Virasoro-Algebra; die Kac-Determinante; die Determinantenformel (Beweisidee); Folgerungen aus der Determinantenformel; der Satz von Friedan-Qiu-Shenker (Beweisidee); der Satz von Goddard-Kent-Olive (ohne Beweis)
<i>Literatur</i>	[12] 6.1, 6.3 ; [3] 7.2, [8] 8.1 - 8.4

12. Axiomatische konforme Feldtheorie

<i>Datum</i>	17. 1. 2012
<i>Vortragender</i>	
<i>Inhalt</i>	Axiome von Moore-Seiberg; Zusammenhang mit Vertexalgebren; Korrelationsfunktionen; konformer Spin und Skalierungsdimension; konforme Ward-Identitäten; der Energie-Impuls-Tensor; Kurzer Vergleich mit anderen Zugängen: Osterwalder-Schrader-Axiome, konforme Feldtheorie im Sinne von Segal
<i>Literatur</i>	[10]; [12] 9.1 - 9.4; [13]

13. Das Ising-Modell

<i>Datum</i>	24. 1. 2012
<i>Vortragender</i>	
<i>Inhalt</i>	Das zweidimensionale Ising-Modell: Zustandssumme, kritischer Punkt, Kontinuums-Limes; das Ising-Modell als minimales Modell mit Parameter $(4, 3)$; irreduzible Darstellungen von $Vir_{\frac{1}{2}}$; Energiedichte ϵ und Ising-Spin σ ; Zusammenhang zwischen dem Gittermodell und dem minimalen Modell
<i>Literatur</i>	[1]; [3] 7.4.2, 12

14. Der bosonische String

<i>Datum</i>	31. 1. 2012
<i>Vortragender</i>	
<i>Inhalt</i>	Nambu-Goto Wirkung; Polyakov-Wirkung; Konforme Eichung; Klassische Bewegungsgleichungen in der konformen Eichung; Lösungen der klassischen Bewegungsgleichungen; Lichtkegel-Quantisierung; No-ghost-Theorem und kritische Dimension (ohne Beweis)
<i>Literatur</i>	[12] 7.1; [7]

LITERATUR

- [1] A. A. Belavin, A. M. Polyakov, and A. B. Zamolodchikov. Infinite conformal symmetry in two-dimensional quantum field theory. *Nuclear Phys. B*, 241(2):333–380, 1984.
- [2] Ralph Blumenhagen and Eric Plauschinn. *Introduction to Conformal Field Theory*, volume 779 of *Lecture Notes in Physics*. Springer-Verlag, New York, 2009. With Applications to String Theory.
- [3] Philippe Di Francesco, Pierre Mathieu, and David Sénéchal. *Conformal field theory*. Graduate Texts in Contemporary Physics. Springer-Verlag, New York, 1997.
- [4] Wolfgang Fischer and Ingo Lieb. *Funktionentheorie*, volume 47 of *Vieweg Studium: Aufbaukurs Mathematik [Vieweg Studies: Mathematics Course]*. Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig, 1980. Aufbaukurs Mathematik.
- [5] Edward Frenkel. Vertex algebras and algebraic curves. *Astérisque*, (276):299–339, 2002. Séminaire Bourbaki, Vol. 1999/2000.
- [6] Matthias Gaberdiel. Konforme Feldtheorie. *Vorlesungsskript WS 2003/2004*, 2004.
- [7] Michael B. Green, John H. Schwarz, and Edward Witten. *Superstring theory. Vol. 2*. Cambridge Monographs on Mathematical Physics. Cambridge University Press, Cambridge, second edition, 1988. Loop amplitudes, anomalies and phenomenology.
- [8] V. G. Kac and A. K. Raina. *Bombay lectures on highest weight representations of infinite-dimensional Lie algebras*, volume 2 of *Advanced Series in Mathematical Physics*. World Scientific Publishing Co. Inc., Teaneck, NJ, 1987.
- [9] Victor Kac. *Vertex algebras for beginners*, volume 10 of *University Lecture Series*. American Mathematical Society, Providence, RI, second edition, 1998.
- [10] Gregory Moore and Nathan Seiberg. Classical and quantum conformal field theory. *Comm. Math. Phys.*, 123(2):177–254, 1989.
- [11] Johnny T. Ottesen. *Infinite-dimensional groups and algebras in quantum physics*, volume 27 of *Lecture Notes in Physics. New Series m: Monographs*. Springer-Verlag, Berlin, 1995.
- [12] M. Schottenloher. *A mathematical introduction to conformal field theory*, volume 759 of *Lecture Notes in Physics*. Springer-Verlag, Berlin, second edition, 2008.
- [13] Graeme Segal. The definition of conformal field theory. In *Topology, geometry and quantum field theory*, volume 308 of *London Math. Soc. Lecture Note Ser.*, pages 421–577. Cambridge Univ. Press, Cambridge, 2004.
- [14] W. Soergel. Liethorie. <http://home.mathematik.uni-freiburg.de/soergel/Skripten/LIE.pdf>, 2004.
- [15] Leon A. Takhtajan. *Quantum mechanics for mathematicians*, volume 95 of *Graduate Studies in Mathematics*. American Mathematical Society, Providence, RI, 2008.

E-mail address: raimar@math.uni-muenster.de

E-mail address: cvoigt@math.uni-muenster.de