

Übungen zur Mathematik für Physiker I

Abgabe: Donnerstag, 28.1.10, bis 10.00 Uhr in den Briefkästen

Blatt 13

Aufgabe 1. Berechnen Sie folgende Grenzwerte:

- a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{\sqrt{1+x^2} - \cos x}$
- b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{\ln x}$
- c) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(x - \frac{\pi}{2}\right) \tan x$
- d) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\cosh x)^{\frac{1}{x}}$

Hinweis: Gegebenenfalls ist die Regel von de l'Hospital mehrfach anzuwenden, oder die Funktionen sind zunächst mittels Exponential- bzw Logarithmusfunktion umzuschreiben.

Aufgabe 2. Berechnen Sie die Lage aller Nullstellen, lokalen Extrema und Wendepunkte der Funktion

$$f(x) = \left(x^3 - \frac{3}{2}x\right) e^{-\frac{x^2}{2}}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Bei welchen lokalen Extrema handelt es sich um lokale Maxima, bei welchen um lokale Minima?

Aufgabe 3. Für $n \in \mathbb{N}^\times$ seien die Funktionen $f, g : I \rightarrow \mathbb{C}$ jeweils n -mal differenzierbar auf dem Intervall $I \subset \mathbb{R}$. Zeigen Sie: Die Funktion $f \cdot g$ ist n -mal differenzierbar auf I , und für alle $x \in I$ gilt

$$(f \cdot g)^{(n)}(x) = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} f^{(n-k)}(x) \cdot g^{(k)}(x).$$

Aufgabe 4 a) Berechnen Sie das Taylor-Polynom 4. Ordnung der Funktion $f(x) = e^{\sin x}$ in $x = 0$.

b) Berechnen Sie das Taylor-Polynom 2. Ordnung der Funktion $f(x) = \sqrt{4 + \cos x}$ in $x = \frac{\pi}{2}$.