

Probeklausur zur Mathematik für Physiker III

---

Einziges zugelassenes Hilfsmittel zu den Klausuren: ein A4-Blatt mit Notizen.

**Aufgabe 1.** Zeigen Sie, daß durch  $\sin x + \sin y + e^{xy} = 1$  in einer Umgebung von  $(0, 0)$  eine Funktion  $y = y(x)$  erklärt ist, so daß dort  $\sin x + \sin y + e^{xy} = 1$  genau dann gilt, wenn  $y = y(x)$  ist. Berechnen Sie  $y''(0)$ .

**Aufgabe 2.** Man bestimme alle Extrema von  $\prod_{i=1}^n x_i^2$  auf  $\sum_{i=1}^n x_i^4 = 1$ .

**Aufgabe 3.** Löse die Differentialgleichung  $y - x + (y + x)y' = 0$  mit Anfangsbedingung  $y(0) = 1$ .

**Aufgabe 4.** Löse  $y'' - 3y' + 2y = \cos 2x$ .

**Aufgabe 5.** Berechne  $\int_0^\infty dx \frac{x^2}{1 + x^4}$ .

**Aufgabe 6.** Berechne  $\int_{-\infty}^\infty dx \frac{\cos x}{1 + x^2}$ .

**Aufgabe 7.** Berechne das Trägheitsmoment eines geraden homogenen Kreiskegels der Dichte 1 mit Grundkreisradius 1 und Höhe 1 bezüglich eines Grundkreisdurchmessers als Drehachse.

**Aufgabe 8.** Sei  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  Lipschitz-stetig und  $A \subset \mathbb{R}^n$  eine Nullmenge. Zeigen Sie:  $f(A)$  ist Nullmenge.