Prof. Dr. R. Wulkenhaar
Dr. R. Brüske

WS 07/08

Übungen zur Mathematik für Physiker I

Abgabe: Donnerstag, 15.11.07, vor der Vorlesung in den Briefkästen — Blatt 5

Aufgabe 1. Berechne ($n \in \mathbb{N}, n \geq 1$)

a) $\lim\limits_{n\to\infty} \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)^n$

b) $\lim\limits_{n\to\infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n$

c) $\lim\limits_{n\to\infty} \left(1 + \frac{1}{n^2}\right)^n$

Aufgabe 2. Es sei $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine gegen a konvergente Folge. Zeige:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} a_k = a \; .$$

Aufgabe 3. Für $a, b > 0$ werden zwei Folgen $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ und $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ rekursiv definiert durch $a_0 = a$, $b_0 = b$ und $a_{n+1} = \frac{2a_n b_n}{a_n + b_n}$, $b_{n+1} = \frac{a_n + b_n}{2}$. Zeige: $[a_n, b_n]$ ist Intervallschachtelung für $\sqrt{ab}$.

Aufgabe 4. Seien $a, b > 0, a_0 = a, b_0 = b$ und $a_{n+1} = \frac{a_n + b_n}{2}, b_{n+1} = \sqrt{a_n b_n}$. Zeige: $[b_n, a_n], n \in \mathbb{N}, n > 1$ ist eine Intervallschachtelung.