

Übungen zur Mathematik für Physiker I

Abgabe: Donnerstag, 17.01.08, vor der Vorlesung in den Briefkästen

Blatt 12

---

**Aufgabe 1.** Berechne für  $|x| < 1$

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} n x^n$       b)  $\sum_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$       c)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$

**Aufgabe 2.** Es sei  $f : ]-\varepsilon, \varepsilon[ \rightarrow \mathbb{R}$  für alle  $x \neq 0$  differenzierbar,  $\varepsilon > 0$ , und der Grenzwert  $\lim_{x \rightarrow 0} f'(x) := \eta$  existiere.

Zeige:  $f$  ist in 0 differenzierbar, und es gilt  $f'(0) = \eta$ .

**Aufgabe 3.** Bestimme (falls existent)

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x(1 - \cos x)}$

b)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^\alpha - 1}{\ln x}$

c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x \ln x}{x^2 - 1}$

d)  $\lim_{x \rightarrow \infty} x \ln \left( 1 + \frac{1}{x} \right)$

**Aufgabe 4.**  $f : [0, \infty[ \rightarrow \mathbb{R}$  sei differenzierbar und der Grenzwert  $\lim_{x \rightarrow \infty} f'(x)$  existiere. Zeige:

a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x+1) - f(x)) = \lim_{x \rightarrow \infty} f'(x)$

b) Ist  $f$  beschränkt, so gilt  $\lim_{x \rightarrow \infty} f'(x) = 0$ .