Prof. Dr. R. Wulkenhaar **SS 08**
Dr. R. Brüske

Übungen zur Mathematik für Physiker II

Abgabe: Donnerstag, 08.05.08, vor der Vorlesung in den Briefkästen Blatt 4

Aufgabe 1. Eine Matrix $A = (a_{ij}) \in M(n \times n, \mathbb{R})$ heißt *symmetrisch*, falls $a_{ij} = a_{ji}$ für alle $1 \leq i \leq j \leq n$ gilt, und *schiefsymmetrisch*, falls $a_{ij} = -a_{ji}$ für alle $1 \leq i \leq j \leq n$ gilt.

Sei $U^+ := \{A \in M(n \times n, \mathbb{R}) \ : \ A \text{ symmetrisch}\}$ und
$U^- := \{A \in M(n \times n, \mathbb{R}) \ : \ A \text{ schiefsymmetrisch}\}$.

Zeigen Sie: a) U^+, U^- sind Untervektorräume von $M(n \times n, \mathbb{R})$.
b) Bestimmen Sie die Dimensionen von U^+, U^-.

Aufgabe 2. Man untersuche, ob die folgenden Systeme $\mathcal{B}$ von Vektoren Erzeugendensysteme (Basen) des $\mathbb{K}^n$ über $\mathbb{K}$ sind:

(a) $\mathcal{B} = \big((1,2,3),\ (2,1,0),\ (-4,1,6)\big)$ für $n = 3$ und $\mathbb{K} = \mathbb{R}$

(b) $\mathcal{B} = \big((2-\mathrm{i}, 1),\ (-\mathrm{i}, 2+3\mathrm{i})\big)$ für $n = 2$ und $\mathbb{K} = \mathbb{C}$

Aufgabe 3. Man bestimme die Dimensionen (über $\mathbb{R}$) von $U, W, U+W, U \cap W$ für die Untervektorräume $U = \operatorname{span}(v_1, v_2, v_3)$ und $W = \operatorname{span}(w_1, w_2)$ des reellen Vektorraums $V = \mathbb{R}^5$, wobei

$v_1 = (1,1,0,1,0)$, $v_2 = (0,1,1,0,1)$, $v_3 = (0,1,1,0,0)$

$w_1 = (0,0,1,1,0)$, $w_2 = (1,1,-1,0,-1)$

Aufgabe 4. Man bestimme eine Basis von $U_1 \cap U_2$, wenn
$U_1 = \operatorname{span}(v_1, v_2, v_3, v_4)$, $U_2 = \operatorname{span}(w_1, w_2, w_3)$ mit

$v_1 = (0,0,0,0,1)$, $v_2 = (0,0,0,1,0)$, $v_3 = (1,0,1,0,1)$, $v_4 = (1,0,1,1,0)$

$w_1 = (2,1,1,1,1)$, $w_2 = (1,1,0,1,1)$, $w_3 = (0,1,0,0,0)$