30.11.2017

# 8. Übungsblatt
# Topologie WS 2017/18 (Weiss)

**1.** Im Skript, Beweis von Thm 6.5.1, findet man folgende Sätze: *An element of* $H_n(sC(X))$ *can be represented by some* $n$*-cycle* $z \in sC(X)_n$ *. For sufficiently large* $k$*, the* $n$*-cycle* $\beta^k(z)$ *belongs to* $sC(X,\mathcal{U})$. Genauer erklären.[1]

**2.** a) Gegeben Kettenkomplexe $B$ und $C$ bestehend aus *freien* abelschen Gruppen. Sei $f\colon B \to C$ eine Kettenabbildung mit der Eigenschaft, dass

$$f_*\colon H_n(B) \to H_n(C)$$

ein Isomorphismus ist für jedes $n \in \mathbb{Z}$. Zeigen Sie, dass $f$ eine Kettenhomotopieäquivalenz ist. [2]

b) Sei $K$ ein Kettenkomplex bestehend aus *freien* abelschen Gruppen derart, dass $H_0(K) \cong \mathbb{Z}/4$ und $H_j(K) = 0$ für alle $j \neq 0$. Sei $L$ ein Kettenkomplex, der $H_1(L) \cong \mathbb{Z}/2$ erfüllt und $H_0(L) = 0$. Berechnen Sie $[K, L]$, die Gruppe der Homotopieklassen von Kettenabbildungen von $K$ nach $L$.

*Zur Abgabe: alle Aufgaben (bis 8:15 am Do 7.12. in den dafür vorgesehenen Briefkästen). Punkte dafür: 6, 7+7.*

[1] Vorsicht: Die Bedingungen an $\mathcal{U}$ sind noch in einem späten Stadium abgeschwächt worden. Sie lauten jetzt so: $\mathcal{U}$ ist eine Familie $(U_j)_{j\in J}$ von Teilmengen von $X$ mit der Eigenschaft $\bigcup_{j\in J} \mathrm{int}(U_j) = X$.

[2] Die Aussagen von Blatt 6 Aufgabe 2 können ohne Beweis benutzt werden.