9.11.2017

5. Übungsblatt
Topologie WS 2017/18 (Weiss)

1. Beweis von Lemma 4.5.4 gründlicher ausschreiben.[1]

2. a) Sei P der Funktor von $\mathcal{S}\mathrm{ets}^{\mathrm{op}}$ nach $\mathcal{S}\mathrm{ets}$, der einer Menge S ihre Potenzmenge zuordnet (Teil von Example 3.2.3). Wieviele natürliche Transformationen von P nach P gibt es und wie sehen sie aus?

b) Sei P_{im} der (kovariante!) Funktor von $\mathcal{S}\mathrm{ets}$ nach $\mathcal{S}\mathrm{ets}$, der einer Menge S ihre Potenzmenge zuordnet.[2] Wieviele natürliche Transformationen von P_{im} nach P_{im} gibt es und wie sehen sie aus?

3. a) Sei $\mathcal{R}\mathrm{ings}$ die Kategorie der Ringe und $\mathcal{G}\mathrm{roups}$ die Kategorie der Gruppen. Der Funktor $\mathsf{R} \mapsto \mathrm{GL}_1(\mathsf{R})$ von $\mathcal{R}\mathrm{ings}$ nach $\mathcal{G}\mathrm{roups}$ (Einzelheiten wie in Example 3.2.2) hat einen Linksadjungierten. Wie sieht er aus?

b) Hat der Funktor $\mathsf{R} \mapsto \mathrm{GL}_2(\mathsf{R})$ von $\mathcal{R}\mathrm{ings}$ nach $\mathcal{G}\mathrm{roups}$ (Einzelheiten wie in Example 3.2.2) auch einen Linksadjungierten? Wenn ja, wie sieht er aus?[3]

Alles zur Abgabe (bis 8:15 am Do 16.11. in den dafür vorgesehenen Briefkästen). Punkte dafür: 5,3+4,4+4.

---

[1] Zum Beispiel steht da: *The conditions on α and β imply that this was a natural selection.* Das müsste genauer erklärt werden.

[2] Eine Abbildung $\mathsf{f}\colon \mathsf{S} \to \mathsf{T}$ von Mengen bestimmt eine Abbildung $\mathsf{P}_{\mathrm{im}}(\mathsf{f})$ von Potenzmenge von S nach Potenzmenge von T durch $W \mapsto \mathsf{f}(W)$, für W Teilmenge von S.

[3] Schwierig. Dazu soll noch eine Hilfestellung in Abschnitt 4.5 kommen ... muss aber erst noch geschrieben werden.