2.11.2017

4. Übungsblatt
Topologie WS 2017/18 (Weiss)

1. Sei $(V, \leq)$ eine partiell geordnete Menge[1]. Diese bestimmt ein Eckenschema $(V, \mathcal{S})$ wie folgt. Eine endliche nichtleere Teilmenge T von V ist Element von $\mathcal{S}$ genau dann, wenn T mit der von $\leq$ induzierten Ordnung totalgeordnet ist (also für je zwei Elemente $x, y \in T$ gilt, dass entweder $x \leq y$ oder $y \leq x$).

- (i) Eine partiell geordnete Menge $(V, \leq)$ soll erfunden werden, so dass für das zugehörige Eckenschema $(V, \mathcal{S})$ gilt: $|V|_{\mathcal{S}}$ ist homöomorph zu S^1. Versuchen, Anzahl der Elemente von V so klein wie möglich zu machen.
- (ii) Eine partiell geordnete Menge $(V, \leq)$ soll erfunden werden, so dass für das zugehörige Eckenschema $(V, \mathcal{S})$ gilt: $|V|_{\mathcal{S}}$ ist homöomorph zu S^2.
- (iii) Eine partiell geordnete Menge $(V, \leq)$ soll erfunden werden, so dass für das zugehörige Eckenschema $(V, \mathcal{S})$ gilt: $|V|_{\mathcal{S}}$ ist homöomorph zu S^5. (Man kann es so einrichten, dass V nur 12 Elemente hat.)

2. Wieviele paarweise nicht-isomorphe semi-simpliziale Mengen Y gibt es, die von einem einzigen Element $z \in Y_2$ erzeugt[2] werden? Die dazugehörigen geometrischen Realisierungen sollen skizziert werden.

3. Es soll eine semi-simpliziale Menge Y angegeben werden mit folgenden Eigenschaften: Y_3 hat genau ein Element und die geometrische Realisierung $|Y|$ ist homöomorph zu S^3.

Alles zur Abgabe (bis 8:15 am Do 9.11. in den dafür vorgesehenen Briefkästen). Punkte dafür: 2+2+3, 7, 6.

[1] Das heisst: V ist eine Menge und $\leq$ ist eine Relation auf der Menge V, die die Bedingungen *transitiv*, *reflexiv* und *antisymmetrisch* erfüllt. Dabei bedeutet *reflexiv*, dass $x \leq x$ für alle $x \in V$, und *antisymmetrisch*, dass $x \leq y$ und $y \leq x$ nur dann passiert, wenn $x = y$. Es wird nicht verlangt, dass sich zwei verschiedene Elemente $x, y \in V$ immer vergleichen lassen; wenn also weder $x \leq y$ gilt noch $y \leq x$, dann ist das in Ordnung.

[2] Das soll bedeuten, dass man für jedes $n \geq 0$ und jedes $x \in Y_n$ eine injektive monotone Abbildung von $[n] = \{0, 1, \ldots, n\}$ nach $[2] = \{0, 1, 2\}$ finden kann mit $f^*(z) = x$.