26.10.2017

3. Übungsblatt
Topologie WS 2017/18 (Weiss)

1. a) Sei $K \subset \mathbb{R}^2$ der abgeschlossene erste Quadrant, also

$$K = \{ (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 \mid x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0 \}.$$

Sei $E = \mathbb{R}^2 \setminus K$, aufzufassen als Unterraum von $\mathbb{R}^2$ mit der üblichen Topologie. Ist die Projektion $p_1 \colon E \to \mathbb{R}$ gegeben durch $p_1(x_1, x_2) = x_1$ ein Faserbündel?

b) Sei $L = \{ (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x_2 \leq |x_1| \}$, aufzufassen als Unterraum von $\mathbb{R}^2$ mit der üblichen Topologie. Skizze von L machen. Sei $p \colon L \to \mathbb{R}$ die Projektion, $p(x_1, x_2) = x_1$. Ist p eine Faserung (d.h., hat p die HLP, homotopy lifting property) ? Ist p ein Faserbündel ?

2. a) Sei $p \colon E \to B$ irgendeine stetige Abbildung. Angenommen, B besitzt eine Überdeckung durch zwei offene Mengen U und V derart, dass die Einschränkungen

$$p^{-1}(U) \longrightarrow U\ , \qquad p^{-1}(V) \longrightarrow V$$

von p die HLP für kompakte Räume X haben.[1] Zeigen, dass dann auch p selbst die HLP für kompakte Räume X hat.

Hinweis. Gegeben Überdeckung von $X \times [0, 1]$ mit offenen Mengen Y_1, Y_2. Gegeben $t \in [0, 1]$. Dann existiert Überdeckung von X mit offenen Mengen Z_1, Z_2 und offene Umgebung J von t in $[0, 1]$ derart, dass $Z_i \times J \subset Y_i$ für $i = 1, 2$.

Alles zur Abgabe (bis 8:15 am Do 2.11. in den dafür vorgesehenen Briefkästen). Punkte dafür: 7+4, 9.

[1] Siehe Text gerade vor Prop. 2.5.2 in Vorlesungsnotizen.