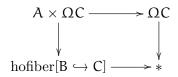
4. Übungsblatt Topologie SS 2019 (Weiss)

- ${f 1.}$ Beweis von Prop 3.1.6 durchführen; Vorbild sollte wahrscheinlich der Beweis von Prop 3.1.5. sein.
- **2.** Gegeben sei ein Diagramm A \xrightarrow{f} B \xleftarrow{g} C von Räumen. Angenommen, f ist eine Kofaserung; genauer, Inklusion eines abgeschlossenen Unterraumes mit der HEP (homotopy extension property). Sei g^{\sharp} : $C^{\sharp} \to B$ die fasernde Ersetzung (fibrant replacement) von g nach der Methode von Serre. (Siehe Example 1.7.1.) Ist die Inklusion

$$(q^{\sharp})^{-1}(A) \longrightarrow C^{\sharp}$$

wieder eine Kofaserung?

3. Sei $f: A \to B$ eine grundpunkterhaltende zelluläre Abbildung von zusammenhängenden CW-Räumen mit Grundpunkt. Sei C = cone(f) der (reduzierte) Abbildungskegel von f, wieder ein CW-Raum mit Grundpunkt. Man zeige: es gibt ein Homotopie-Kofaserquadrat (homotopy pushout square) von der Form



(Theorem 4.3.1 sollte hier übrigens nicht benutzt werden, oder jedenfalls nur für Anregungen. Allerdings könnte Aufgabe 2 von diesem Blatt nützlich sein.)

Aus dieser Aussage kann man weitere interessante Aussagen in Richtung von Satz von Blakers-Massey ableiten. (Eine angenehme Überraschung.) Dazu sollte man den linken vertikalen Pfeil im Quadrat oben etwas genauer beschreiben. Wenn A ein p-zusammenhängender Raum ist und $f\colon A\to B$ eine q-zusammenhängende Abbildung, dann ist C ein q-zusammenhängender Raum und ΩC ist (q-1)-zusammenhängend. Dann folgt mit der obigen Aussage, dass eine gewisse kanonische Abbildung

$$A \longrightarrow hofiber[B \rightarrow C]$$

homologisch (p+q)-zusammenhängend ist. Wenn ausserdem $p\geq 1$ und $q\geq 1$, können wir mit Hurewicz weiter schliessen, dass diese Abbildung tatsächlich (p+q)-zusammenhängend ist. (Was erhält man im Fall $A=S^n$ und B=*? Man erhält den Satz von Freudenthal.)

Alles zur Abgabe bis Freitag 10.05. um 10:00, Briefkasten 184. Einzelabgabe. Punkte: 3.5.12.