12.04.2019

2.Übungsblatt
Topologie 3, SS 2019 (Weiss)

1. Sei X ein wegzusammenhängender Raum mit Grundpunkt. Man zeige, dass die vergessliche Abbildung von $\pi_n(X,\star)$ nach $[S^n, X]$ nicht injektiv sein muss. (Dabei soll jetzt $n > 1$ vorausgesetzt werden, obwohl der Fall $n = 1$ auch interessant ist.) Andererseits: wenn ein Element von $\pi_n(X,\star)$ auf das triviale Element von $[S^n, X]$ abgebildet wird (Homotopieklasse irgendeiner konstanten Abbildung von S^n nach X), dann war es von vornherein das neutrale Element von $\pi_n(X,\star)$.

2. Gegeben sei eine Abbildung $f\colon S^{4m-1} \to S^{2m}$ mit Hopf-Invariante $k \in \mathbb{Z}$ (wobei $m \geq 1$).

(i) Was ist die Hopf-Invariante von $f \circ g$, wenn $g\colon S^{4m-1} \to S^{4m-1}$ den Abbildungsgrad ℓ hat?

(ii) Was ist die Hopf-Invariante von $e \circ f$ wenn $e\colon S^{2m} \to S^{2m}$ den Abbildungsgrad ℓ hat?

3. Sei $X = S^2 \vee S^1$ mit dem üblichen Grundpunkt. Man zeige, dass $\pi_3(X,\star)$ sogar als Modul über dem Gruppenring $\mathbb{Z}[\pi_1(X,\star)]$ nicht endlich erzeugt ist. (Vergleiche Example 1.3.5, Vorlesungsnotizen.)

Bemerkungen: Dieses Übungsblatt hätte ganz gut das erste Übungsblatt sein können. Tatsächlich ist es fast identisch mit Übungsblatt 1 meiner Topo 3 Vorlesung von SS 2015.

Alles zur Abgabe bis Freitag 19.04. um 10:00, Briefkasten 184. Einzelabgabe. Punkte: 2, 4+4, 10.