04.04.2019

1. Übungsblatt
Topologie 3, SS 2019 (Weiss)

1. Man bestimme π_3 vom Quotientenraum $\mathbb{RP}^4/\mathbb{RP}^2$ (mit irgendeiner Wahl von Grundpunkt).

2. In der Vorlesung wurde folgende Aussage ohne Beweis benutzt. Sei X ein Raum, A abgeschlossene Teilmenge von X. Die Inklusion $A \to X$ sei eine Kofaserung (besitzt die Homotopie-Erweiterungseigenschaft, HEE oder engl. HEP) und auch eine Homotopieäquivalenz. Dann ist A ein Retrakt von X, das heisst, es gibt stetiges $r\colon X \to A$ mit $r(x) = x$ für alle $x \in A$.

3. Sei Y ein wegzusammenhängender CW-Raum mit Grundpunkt $*$; der Grundpunkt soll eine 0-Zelle sein. Eine H-*Struktur* auf Y ist eine stetige Abbildung $\mu\colon Y \times Y \to Y$ mit der Eigenschaft $\mu(x, *) = x = \mu(*, x)$ für alle $x \in Y$.

Angenommen, Y hat eine H-Struktur μ.

(i) Man zeige, dass die Fundamentalgruppe $\pi_1(Y, *)$ kommutativ ist.

(ii) Man zeige, dass die Abbildung

$$Y \times Y \longrightarrow Y \times Y\,;\ (x, y) \mapsto (x, \mu(x, y))$$

eine Homotopieäqivalenz ist. (Satz 2.1, d.h. der Satz von JHC Whitehead, darf/soll angesehen und benutzt werden, auch wenn er in der Vorlesung noch nicht bewiesen worden ist.)

(iii) Aus (ii) soll hergeleitet werden: es existiert stetiges grundpunkterhaltendes $f\colon Y \to Y$ derart, dass die Abbildung $x \mapsto \mu(x, f(x))$ von Y nach Y punktiert homotop ist zur konstanten Abbildung $x \mapsto *$.

Alles zur Abgabe bis Freitag 12.04. um 10:00, Briefkasten 184. Einzelabgabe. Punkte: 5, 3, 3+7+2.