

## Modelltheorie Übungsblatt 12

**Aufgabe 1.** Sei  $\mathcal{L} = \{E\} \cup \{c_i \mid i \in \mathbb{N}\}$ , mit  $E$  einem binären Relationsymbol und  $c_i$  Konstantensymbolen. Betrachten Sie die Theorie  $T$  :

- $E$  ist eine Äquivalenzrelation;
- Für jedes  $i \in \mathbb{N}$ , hat die Äquivalenzklasse von  $c_i$  genau  $i$  Elemente;
- Für jedes  $i \in \mathbb{N}$ , hat  $E$  genau eine Äquivalenzklasse mit Kardinalität  $i$ .

Zeigen Sie, dass  $T$  vollständig ist und QE hat.

**Aufgabe 2.** Sei  $\mathcal{L}$  eine Sprache,  $\mathcal{M}$  eine  $\mathcal{L}$ -Struktur und  $\varphi(x)$  eine  $\mathcal{L}(M)$ -Formel.

- a) Zeigen Sie, dass  $\varphi(M)$  genau dann minimal ist, wenn  $[\varphi] \subset S_n(M)$  genau einen nicht-algebraischen Typen  $p(x)$  enthält.
- b) Zeigen Sie, dass  $\varphi(M)$  genau dann streng minimal ist, wenn für alle Oberstruktur  $\mathcal{N} \succ \mathcal{M}$  und jede Menge  $B \subset N$ , die alle Parameter von  $\varphi$  enthält,  $[\varphi] \subset S_n(B)$  genau einen nicht-algebraischen vollständigen Typen  $p(x)$  enthält.

**Aufgabe 3.** Zeigen Sie, dass ein Model einer  $\aleph_1$ -kategorischen Theorie immer  $\omega$ -homogen ist.

**Aufgabe 4.** Sei  $T$  eine streng minimale Theorie und  $m_0$  die Dimension des Primmodells. Zeigen Sie, dass  $m_0$  die kleinste Zahl  $n$  ist, sodass  $S_{n+1}(T)$  unendlich ist.

*Abgabe bis Donnerstag, den 17.01, 10:00 Uhr*

*Die Übungsblätter sollen zu zweit bearbeitet und abgegeben werden.*

*Web-Seite: <http://wwwmath.uni-muenster.de/u/franziska.jahnke/mt/>*