Prof. F. Jahnke
B. Boissonneau

Universität Münster
Wintersemester 2018/2019

Modelltheorie
Übungsblatt 6

Aufgabe 1. Seien $\mathcal{L}$ eine Sprache und $\mathcal{M}$ eine $\mathcal{L}$-Struktur, dann definiert man $\mathrm{Diag}(\mathcal{M}) = \{\varphi \text{ eine basic } \mathcal{L}(M)\text{-Aussage} \mid \mathcal{M} \vDash \varphi\}$.

a) Zeigen Sie, dass die Modelle von $\mathrm{Diag}(\mathcal{M})$ genau die Strukturen $(\mathcal{N}, h(a))_{a \in M}$ sind, für eine Einbettung $h : \mathcal{M} \to \mathcal{N}$.

b) Zeigen Sie, dass T genau dann modelvollständig ist, wenn für alle $\mathcal{M} \vDash T$ die $\mathcal{L}(M)$-Theorie $T \cup \mathrm{Diag}(\mathcal{M})$ vollständig ist.

Aufgabe 2. Sei $\mathcal{L} = \{R\}$. Betrachten Sie die $\mathcal{L}$-Theorie der Graphen:

$$T_{\mathrm{Gr}} = \{\forall x, y R(x, y) \leftrightarrow R(y, x) \wedge \neg R(x, x)\}$$

Zeigen Sie, dass die Theorie T_{RG} des Zufallsgraphen der Modellbegleiter von T_{Gr} ist.

Aufgabe 3. Seien K ein algebraisch abgeschlossener Körper und A eine definierbare Teilmenge von K^n. Zeigen Sie, dass jede injektive polynomiellle Funktion $f : A \to A$ surjektiv ist.
Hinweis: Benutzen Sie die Bonusaufgabe von Blatt 4.

Aufgabe 4. Seien T eine abzählbare konsistente Theorie und $\Sigma_i(x_1, \cdots, x_{n_i})$ eine Folge von partiellen Typen, die nicht isoliert sind. Zeigen Sie, dass T ein Modell hat, das alle Σ_i ausläßt.

Abgabe bis Donnerstag, den 22.11, 10:00 Uhr
Die Übungsblätter sollen zu zweit bearbeitet und abgegeben werden.
Web-Seite: `http://wwwmath.uni-muenster.de/u/franziska.jahnke/mt/`