Prof. F. Jahnke
B. Boissonneau

Universität Münster
Wintersemester 2018/2019

Modelltheorie
Übungsblatt 4

Aufgabe 1. Geben Sie zwei Theorien T_1 und T_2 in einer Sprache $\mathcal{L}$ an, so dass T_1 und T_2 beide unendliche Modelle haben und die folgenden beiden Bedingungen gelten:

a) Es gibt eine universelle Aussage, die T_1 von T_2 trennt.
b) Es gibt keine universelle Aussage, die T_2 von T_1 trennt.

Hinweis: Es gibt viele derartige Theorien. Eine Möglichkeit ist es, abelsche Gruppen zu betrachten.

Aufgabe 2. Sei X ein topologischer Raum, Y_1 und Y_2 quasikompakten Teilmengen, und $\mathcal{H}$ eine Menge von clopen (das heißt abgeschlossenen und offenen) Teilmengen von X. Zeigen Sie, dass die folgenden Aussagen äquivalent sind:

a) Es gibt $B = \bigcup_{1\leqslant i\leqslant n} \bigcap_{1\leqslant j\leqslant n} H_{i,j}$ mit $H_{i,j} \in \mathcal{H}$ für $1 \leqslant i, j \leqslant n$ sodass $Y_1 \subset B$ and $Y_2 \cap B = \emptyset$.
b) Für alle $y_1 \in Y_1$ und $y_2 \in Y_2$ gibt es ein $H \in \mathcal{H}$ mit $y_1 \in H$ und $y_2 \notin H$.

Aufgabe 3. Zeigen Sie, dass eine Theorie T $\exists$-axiomatisierbar ist genau dann wenn für alle Struktur $\mathcal{A}$ mit eine Oberstruktur $\mathcal{B}$ gilt $\mathcal{A} \vDash T \Rightarrow \mathcal{B} \vDash T$.

Aufgabe 4. Geben Sie überabzählbar viele 1-Typen über $(\mathbb{Q}, <)$ an. Welche dieser Typen werden in $(\mathbb{Q}, <)$ realisiert? Welche in $(\mathbb{R}, <)$? Geben Sie mindestens einen Typen an, der nicht in $(\mathbb{R}, <)$ realisiert wird.

Abgabe bis Donnerstag, den 08.11, 10:00 Uhr
Die Übungsblätter sollen zu zweit bearbeitet und abgegeben werden.
Web-Seite: `http://wwwmath.uni-muenster.de/u/franziska.jahnke/mt/`