Prof. K. Tent
Dr. I. Halupczok
Dr. F. Jahnke

Universität Münster
Sommersemester 2013

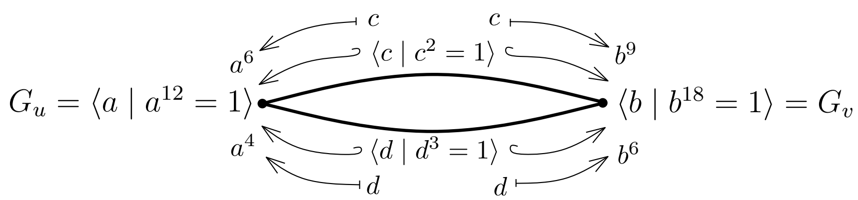
Gruppentheorie
Übungsblatt 12

Aufgabe 1. Sei $(\mathbb{G}, Y)$ ein Gruppengraph und sei $S \subseteq Y$ ein Segment, d. h. ein Teilgraph der Form $S^0 = \{\alpha(e_0), \omega(e_0)\}$, $S^1 = \{e_0, \bar{e}_0\}$ für eine Kante $e_0 \in Y^1$. Wir schreiben $(\mathbb{G}, S)$ für den auf S induzierten Gruppengraphen.

Zeigen Sie: Wenn man in Y das Segment S geeignet durch eine einzelne Ecke mit Vertexgruppe $\pi_1(\mathbb{G}, S)$ ersetzt, erhält man einen Gruppengraphen, der dieselbe Fundamentalgruppe wie $(\mathbb{G}, Y)$ hat.

Beachten Sie, dass $\alpha(e_0) = \omega(e_0)$ sein kann. *4 Punkte*

Aufgabe 2. Die Fundamentalgruppe von



ist $G = \langle a, b, t \mid a^{12} = 1, b^{18} = 1, a^6 = b^9, t^{-1}a^4t = b^6\rangle$. Bestimmen Sie den Weg von $bt^{-2}a^{-1}G_v$ nach $t^{-1}b^2G_u$ im zugehörigen Bass-Serre-Baum. *4 Punkte*

Aufgabe 3. Zeigen Sie: Jede Untergruppe eines freien Produkts abelscher Gruppen ist ebenfalls ein freies Produkt abelscher Gruppen. *3 Punkte*

Aufgabe 4. Zeigen Sie: Es gibt eine Gruppe, die von zwei Elementen erzeugt wird und die eine isomorphe Kopie jeder abzählbaren abelschen Gruppe als Untergruppe enthält.

Hinweis: Sie dürfen verwenden, dass es nur abzählbar viele abzählbare abelsche Gruppen gibt. *5 Punkte*

Abgabe bis Dienstag, den 9.7., 08:00 Uhr
Die Übungsblätter sollen zu zweit bearbeitet und abgegeben werden.
Web-Seite: `http://wwwmath.uni-muenster.de/u/franziska.jahnke/gt/`