Prof. K. Tent
Dr. I. Halupczok
Dr. F. Jahnke

Universität Münster
Sommersemester 2013

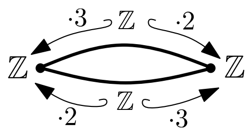
Gruppentheorie
Übungsblatt 11

Aufgabe 1. Sei $G = \langle H, t \mid t^{-1}at = \phi(a), a \in A\rangle$ eine HNN-Erweiterung der Gruppe H vermittels $\phi\colon A \hookrightarrow G$. Wie in der Vorlesung sei W die Menge der Normalformen in G, und die Operationen von $h \in H$ und t, t^{-1} auf W seien auch wie in der Vorlesung definiert. Zeigen Sie:

a) Die Verknüpfung der Operationen von t und t^{-1} auf W ist trivial; insbesondere erhält man eine Operation von $G' := H * \langle t\rangle$ auf W.

b) Für $a \in A$ stimmen die Operationen von $t^{-1}at \in G'$ und $\phi(a)$ auf W überein; insbesondere erhält man eine Operation von G auf W. *4 Punkte*

Aufgabe 2. Bestimmen Sie die Fundamentalgruppe des Gruppengraphs



2 Punkte

Aufgabe 3. Sei H eine Gruppe, $A \leq H$ eine Untergruppe und $\phi\colon A \to H$ eine Injektion. Sei G die HNN-Erweiterung von H vermittels ϕ. Sei weiterhin

$$F := \langle \mathop{\ast}_{i\in\mathbb{Z}} H_i \mid a_{i+1} = \phi(a)_i\rangle,$$

wobei jedes H_i eine Kopie von H ist und $h \mapsto h_i$ die Identifikation $H \to H_i \subseteq F$ bezeichnet. Zeigen Sie, dass G isomorph zu einem semidirekten Produkt aus F und $\mathbb{Z}$ ist.
5 Punkte

Aufgabe 4. Seien C und D Gruppen, $A \leq C$ eine Untergruppe und $\phi\colon A \to D$ eine Injektion. Seien weiterhin $K = C *_A D$ und G die HNN-Erweiterung von $C * D$ vermittels ϕ. Zeigen Sie: Das unendliche freie Produkt $\ast_{i\in\mathbb{Z}} K$ lässt sich in G einbetten. (Insbesondere lässt sich K in G einbetten.)

Hinweis: Betrachten Sie F wie in Aufgabe 3 und gruppieren Sie die Faktoren geeignet.
5 Punkte

Aufgabe 5*. Kommen Sie heute Abend (Mo, den 24.6.) um 20 Uhr ins Uferlos, um mit dem Tutor und den AssistentInnen einen zu trinken. *0 Punkte*

Abgabe bis Dienstag, den 2.7., 08:00 Uhr
Die Übungsblätter sollen zu zweit bearbeitet und abgegeben werden.
Web-Seite: `http://wwwmath.uni-muenster.de/u/franziska.jahnke/gt/`