

Prof. K. Tent  
Dr. I. Halupczok  
Dr. F. Jahnke

Universität Münster  
Sommersemester 2013

## Gruppentheorie Übungsblatt 6

**Aufgabe 1.** Sei  $X$  ein zusammenhängender Graph und  $T$  ein Baum. Zeigen Sie: Falls  $p : X \rightarrow T$  ein lokal injektiver Morphismus ist, dann ist  $p$  bereits injektiv und  $X$  ebenfalls ein Baum. *4 Punkte*

**Aufgabe 2.** Sei  $G$  eine Gruppe, die auf einem Graphen  $X$  operiert. Zeigen Sie, dass die induzierte Wirkung von  $G$  auf der baryzentrischen Unterteilung  $B(X)$  von  $X$  keine Inversionen hat. *4 Punkte*

**Aufgabe 3.** Sei  $G$  eine Gruppe und  $S \subseteq G$  eine Teilmenge.

- a) Zeigen Sie, dass der Graph  $\Gamma(G, S)$  genau dann zusammenhängend ist, wenn  $G$  von  $S$  erzeugt wird. In diesem Fall heißt  $\Gamma(G, S)$  der *Cayleygraph* von  $G$  bezüglich  $S$ .
- b) Angenommen  $S$  erzeugt  $G$ . Zeigen Sie, dass die Gruppe der färbungserhaltenden Automorphismen des Cayleygraphen  $\Gamma(G, S)$  isomorph zu  $G$  ist. *4 Punkte*

**Aufgabe 4.** Sei  $n \in \mathbb{N}$ . Zeichnen Sie den Cayleygraphen der Diedergruppe  $D_n$  bezüglich der Erzeugermenge  $\{d, s\}$  (zur Notation siehe Blatt 4). *4 Punkte*

**Aufgabe 5.** Sei  $T$  ein Baum sowie  $\tau$  und  $\nu$  Automorphismen von  $T$ . Zeigen Sie, dass für  $z \in \mathbb{Z}$  gilt:

- a)  $|\nu^{-1} \circ \tau \circ \nu| = |\tau|$
- b)  $|\tau^z| = |z| \cdot |\tau|$ , falls  $\tau$  auf  $T$  ohne Inversion operiert. *4 Punkte*

*Abgabe bis Dienstag, den 27.5., 08:00 Uhr*

*Die Übungsblätter sollen zu zweit bearbeitet und abgegeben werden.*

*Web-Seite: <http://www.math.uni-muenster.de/u/franziska.jahnke/gt/>*