

Prof. K. Tent  
Dr. I. Halupczok  
Dr. F. Jahnke

Universität Münster  
Sommersemester 2013

## Gruppentheorie Übungsblatt 5

**Aufgabe 1.** Sei  $G$  eine endliche Gruppe und  $P \leq G$  eine  $p$ -Sylow-Untergruppe. Zeigen Sie:

- Ist  $P$  nicht normal, so gibt es eine Untergruppe  $H \leq G$ , so dass  $P \cap H$  keine  $p$ -Sylow-Untergruppe von  $H$  ist.
- Es gilt  $N_G(N_G(P)) = N_G(P)$ .

Hinweis: Wenden Sie Frattinis Argument (das in der Vorlesung bewiesen wurde) auf die Gruppe  $N_G(N_G(P))$  und eine geeignete Untergruppe davon an. *4 Punkte*

**Aufgabe 2.** Zeigen Sie:

- Sind  $p, q$  Primzahlen mit  $2 < p < q < 2p$ , so ist jede Gruppe der Ordnung  $pq$  zyklisch.
- Jede Gruppe der Ordnung 56 ist auflösbar.

Hinweis: Was lässt sich über den Schnitt zweier 7-Sylow-Untergruppen sagen? Wie viele Elemente welcher Ordnung müsste es in einer nicht auflösbaren Gruppe der Ordnung 56 (mindestens) geben? *4 Punkte*

*Abgabe bis Dienstag, den 13.5., 08:00 Uhr*

*Die Übungsblätter sollen zu zweit bearbeitet und abgegeben werden.*

*Web-Seite: <http://www.math.uni-muenster.de/u/franziska.jahnke/gt/>*