Prof. K. Tent
Dr. I. Halupczok
Dr. F. Jahnke

Universität Münster
Sommersemester 2013

Gruppentheorie
Übungsblatt 2

Aufgabe 1.

a) Eine Gruppe G wirke primitiv auf einer Menge X, sei N ein nicht-trivialer Normalteiler von G. Zeigen Sie, dass dann N im Kern der Wirkung liegt oder transitiv auf X wirkt.

b) Eine Gruppe G wirke auf einer Menge X. Zeigen Sie: Wenn es eine Untergruppe H von G gibt, deren Wirkung auf X primitiv ist, so ist auch die Wirkung von G primitiv.

c) Operiert die Automorphismengruppe des Würfels primitiv auf der Menge der Ecken? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 2. Sei p eine Primzahl. Eine (endliche) p-Gruppe ist eine Gruppe der Ordnung p^k für ein $k \in \mathbb{N}$.

a) Sei G eine p-Gruppe, die auf einer endlichen Menge X wirkt. Zeigen Sie mithilfe der Bahnenformel, dass die Anzahl der Fixpunkte kongruent $|X|$ modulo p ist.

b) Zeigen Sie, dass jede nicht-triviale p-Gruppe ein nicht-triviales Zentrum hat.
Hinweis: Betrachten Sie die Konjugationswirkung von G auf sich selbst.

c) Folgern Sie, dass p-Gruppen nilpotent sind.
Hinweis: Konstruieren Sie eine absteigende Zentralreihe für G aus einer absteigenden Zentralreihe für $G/Z(G)$.

Abgabe bis Dienstag, den 22.4., 08:00 Uhr
Die Übungsblätter sollen zu zweit bearbeitet und abgegeben werden.
Web-Seite: `http://wwwmath.uni-muenster.de/u/franziska.jahnke/gt/`