PD Dr. C. Böhm WS 2004/2005

Übungen zu Differentialgeometrie I

Serie 13

51. Berechnen Sie die Fläche geodätischer Dreiecke in der runden Sphäre S^2 vom Radius eins und in der hyperbolischen Ebene (ohne den lokalen Satz von Gauß-Bonnet zu benutzen).

    Hinweis: Im sphärischen Fall betrachte man geeignete geodätische Zweiecke. Im hyperbolischen Fall berechne man zuerst die Fläche von uneigentlichen geodätischen Dreiecken, für welche zwei Kanten unbeschränkte Teilsegmente von Parallelen der y-Achse sind.

52. Sei (M, g) kompakte Riemannsche Mannigfaltigkeit. Zeigen Sie, dass der Injektivitätradius von (M, g) positive ist.

    Hinweis: Bezeichne $\pi : TM \to M$ die Fußpunktabbildung. Betrachten Sie die Abbildung $F : TM \to M \times M\,;\ v \mapsto (\pi(v), \exp_{\pi(v)}(v))$.

53. Sei (M, g) kompakte Riemannsche Mannigfaltigkeit. Zeigen Sie, dass in jeder freien Homotopieklasse geschlossener Kurven eine Geodätische existiert.

54. (*Satz von Synge*) Eine orientierbare kompakte Riemannsche Mannigfaltigkeit (M^{2n}, g) mit positiver Schnittkrümmung ist einfach zusammenhängend.

55. (*Satz von Frankel*) Sei $(N, \hat{g})$ vollständige Riemannsche Mannigfaltigkeit mit positiver Schnittkrümmung und seien M_1, M_2 zwei kompakte totalgeodätische Untermannigfaltigkeiten von N mit $\dim M_1 + \dim M_2 \geq \dim N$. Dann ist der Schnitt $M_1 \cap M_2$ nicht leer.

Abgabe: Bis Mittwoch, den 26.01.2005, 11:15.