Prof. Dr. C. Böhm
Dipl. Math. M. Amann

Sommersemester 2008
WWU Münster

Übungen zur Analysis II
Serie 12

Aufgabe 1. Gegeben seien die Funktionen

$$g : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R} \ ; \ (x,y,z) \mapsto (x+y)\cdot z$$
$$f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2 \ ; \ (x,y,z) \mapsto (x^2+y^2-1, x\cdot y - z^2)$$

Finden Sie, so vorhanden, das globale Maximum und Minimum von g unter der Nebenbedingung M_0^f.

Aufgabe 2. Es sei $A \in \mathrm{Sym}(n,\mathbb{R})$. Bestimmen Sie das Maximum der Funktion

$$g : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \to \mathbb{R} \ ; \ (v,w) \mapsto \langle v, Av\rangle + \langle w, Aw\rangle$$

unter den Nebenbedingungen $\|v\| = 1$, $\|w\| = 1$ und $\langle v, w\rangle = 0$.

Aufgabe 3. Zeigen Sie, dass die Menge

$$C := \{(h\cdot\cos(t), h\cdot\sin(t), h) \mid t \in [0, 2\pi), h \geq 0\}$$

keine Untermannigfaltigkeit des $\mathbb{R}^3$ ist (Skizze!). Geben Sie eine Untermannigfaltigkeit des $\mathbb{R}^3$ and, die dicht in C liegt.

Aufgabe 4. Zeigen Sie, dass die *spezielle lineare Gruppe*

$$\mathbf{SL}(n) := \{A \in \mathrm{Mat}(n,\mathbb{R}) \mid \det A = 1\}$$

eine Untermannigfaltigkeit des $\mathbb{R}^{n^2} \cong \mathrm{Mat}(n,\mathbb{R})$ ist.

Melden Sie sich bis zum 30.6.2008 zur Klausur am 19.7.2008 an, so Sie diese mitschreiben möchten. Für 1-Fach und 2-Fach Bachelor Mathematik sowie 1-Fach Bachelor Informatik mit Nebenfach Mathematik soll dies in elektronischer Form, für alle anderen in schriftlicher Form erfolgen – letzteres in der Vorlesung oder bei Manuel Amann. Beachten Sie, dass Studierende der beiden letztgenannten Studiengänge automatisch im QISPOS-System zur Klausur am 19.7.2008 angemeldet wurden.

Abgabe der Lösungen zu diesem Blatt bis Montag, den 7.6.2008, um 16.00 Uhr, in dem zur jeweiligen Übungsgruppe gehörigen Briefkasten im Hörsaalgebäude.