Prof. Dr. C. Böhm
Dipl. Math. M. Amann

Sommersemester 2008
WWU Münster

Übungen zur Analysis II
Serie 11

Aufgabe 1. Es bezeichne $\overline{B_1(0)}$ die abgeschlossene Einheitskreisscheibe im $\mathbb{R}^2$. Bestimmen Sie Maximum und Minimum der Funktion

$$g : \overline{B_1(0)} \to \mathbb{R} \; ; \; (x, y) \mapsto x^3 + x \cdot y^2$$

Aufgabe 2. Es seien $R > r > 0$. Bestimmen Sie die regulären Werte der Abbildung

$$f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R} \; ; \; (x, y, z) \mapsto (x^2 + y^2 + z^2 + R^2 - r^2)^2 - 4R^2(x^2 + y^2)$$

Skizzieren Sie $T^2 := f^{-1}(0)$ für $R = 3$ und $r = 1$.

Aufgabe 3. Zeigen Sie für alle $x, y \in \mathbb{R}^n$ die Cauchy-Schwarz'sche Ungleichung

$$|\langle x, y\rangle| \le \|x\| \cdot \|y\|$$

für das Euklidische Skalarprodukt und seine induzierte Norm mittels der Methode der Lagrange'schen Multiplikatoren. Führen Sie auch die Gleichheitsdiskussion durch.

Aufgabe 4. Gegeben seien Konstanten $p > 1$, $q > 1$, welche der Bedingung $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$ genügen, sowie die Funktionen

$$g : \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x, y > 0\} \to \mathbb{R} \; ; \; (x, y) \mapsto \frac{1}{p} \cdot x^p + \frac{1}{q} \cdot y^q$$
$$f : \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x, y > 0\} \to \mathbb{R} \; ; \; (x, y) \mapsto xy - 1$$

a.) Zeigen Sie: Die Funktion g besitzt unter der Nebenbedingung M_0^f ein globales Minimum.

b.) Bestimmen Sie dieses globale Minimum mittels der Methode der Lagrange'schen Multiplikatoren.

c.) Beweisen Sie für alle $x, y > 0$ die Ungleichung

$$\frac{1}{p} \cdot x^p + \frac{1}{q} \cdot y^q \ge x \cdot y$$

Melden Sie sich bis zum 30.6.2008 zur Klausur am 19.7.2008 an, so Sie diese mitschreiben möchten. Für 1-Fach und 2-Fach Bachelor Mathematik sowie 1-Fach Bachelor Informatik mit Nebenfach Mathematik soll dies in elektronischer Form, für alle anderen in schriftlicher Form erfolgen – letzteres in der Vorlesung oder bei Manuel Amann. Beachten Sie, dass Studierende der beiden letztgenannten Studiengänge automatisch im QISPOS-System zur Klausur am 19.7.2008 angemeldet wurden.

Abgabe der Lösungen zu diesem Blatt bis Montag, den 30.6.2008, um 16.00 Uhr, in dem zur jeweiligen Übungsgruppe gehörigen Briefkasten im Hörsaalgebäude.