

ÜBERSICHT ZUR VORLESUNG „AUSGEWÄHLTE KAPITEL DER GEOMETRIE“

Stand: 22.1.2013

Definitionen/Axiome

- Verknüpfung
- Assoziativität
- Gruppen, Untergruppen
- neutrales Element, zu einem Element inverses Element
- abelsche Gruppen
- symmetrische Gruppen
- Symmetriegruppen
- Kleinsche Vierergruppe
- Gruppenhomomorphismus, Gruppenisomorphismus
- Kern und Bild eines Gruppenhomomorphismus
- Gruppenoperation
- Drehgruppe eines platonischen Körpers
- Fixpunkte, Stabilisatoren, Bahnen von Gruppenoperationen
- Addition und Skalarmultiplikation für \mathbb{R}^n
- Abstandsfunktionen
- euklidischer Abstand
- Normfunktionen
- Strecken
- euklidische Norm, Längen
- Skalarprodukt
- Zusammenhänge zwischen Abstand, Norm und Skalarprodukt
- Winkel, Winkelmaße

- euklidische Winkel
- euklidische Ebene: zugrundeliegende Menge, Geraden (und ihre unterschiedlichen Darstellungen), zwischen, Kongruenz von Strecken, Kongruenz von Winkeln
- Inzidenzaxiome, Lageaxiome, Lage auf derselben Seite, Strahl, Kongruenzaxiome, Parallelenaxiom, parallele Geraden
- Poincaré-Modell der oberen Halbebene: zugrundeliegende Menge, Geraden, zwischen, Kongruenz von Strecken, Kongruenz von Winkeln
- gebrochen-lineare Abbildungen (=Möbius-Transformationen)
- die komplexen Zahlen
- Doppelverhältnis
- Definition des Abstands in dem Poincaré-Modell mit Hilfe des Doppelverhältnisses

Aussagen, Sätze, Beispiele, Rechnungen

- Beispiele und Gegenbeispiele für Gruppen, Untergruppen
- Symmetriegruppen
- Beispiele und Gegenbeispiele für abelsche Gruppen
- Beispiele für Gruppenhomomorphismen
- Eigenschaften von Gruppenhomomorphismen (neutrales Element wird auf neutrales Element abgebildet etc.)
- Kern und Bild eines Gruppenhomomorphismus sind Untergruppen
- Charakterisierung injektiver Gruppenhomomorphismen
- Nachrechnen, dass zwei Gruppen isomorph sind (oder auch nicht)
- Bestimmung von Bahnen, Stabilisatoren und Fixpunkten von vorgegebenen Gruppenoperationen
- Stabilisator ist Untergruppe
- Fundamentallemma (ohne Beweis) und Anwendungen
- Nachweis, dass zwei Bahnen entweder disjunkt oder gleich sind
- Satz von Lagrange (ohne Beweis) und Anwendungen
- Cauchy-Schwarzsche Ungleichung (ohne Beweis)

- Dreiecksungleichung für \mathbb{R}^n
- Rechnen mit Skalarprodukten, Normen, euklidischen Abständen, Winkeln, Bestimmung von Geraden in der euklidischen Ebene
- Rechnen mit und Bestimmung von Geraden in dem Poincaré-Modell der oberen Halbebene
- Überprüfung, ob ein vorgegebener Punkt im \mathbb{R}^n oder im Poincaré-Modell zwischen zwei anderen liegt
- Nachweis, dass im Poincaré-Modell die Inzidenzaxiome gelten
- Nachweis, dass das Parallelenaxiom im Poincaré-Modell nicht gilt
- Beispiele gebrochen-linearer Abbildungen (Identität, Streckung, Kehrwertbildung, Translation, ...)
- Rechnen in komplexen Zahlen
- Rechnen mit und Eigenschaften von gebrochen-linearen Abbildungen (Hintereinanderschaltung, Umkehrabbildungen, Sonderfälle, in denen Geraden auf Geraden abgebildet werden, Bestimmung von Parametern)
- Rechnen mit dem Doppelverhältnis
- Doppelverhältnis liefert Abstandsfunktion im Poincaré-Modell
- Doppelverhältnis ist genau dann reell, wenn...; Doppelverhältnis ist genau dann positiv, wenn...

und natürlich: Rechnungen (insbesondere in der euklidischen Ebene und im Poincaré-Modell der oberen Halbebene), Bestimmung von Geraden, Punkten etc. mit gewissen Eigenschaften; nachrechnen können, das irgenwas (ein) ... ist etc.; Beispiele und Gegenbeispiele zu den einzelnen Definitionen