Übungsblatt 9

Aufgabe 1. (6 Punkte)

Gegeben seien die folgenden drei Punkte im $\mathbb{R}^2$:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ und } \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

- Bestimmen Sie die drei eindeutig bestimmten Geraden im Poincaré-Modell der oberen Halbebene, die durch jeweils zwei der Punkte gehen!
- Bestimmen Sie die drei eindeutig bestimmten Geraden in der euklidischen Ebene, die durch jeweils zwei der Punkte gehen!
- Überprüfen Sie, ob einer der Punkte $\begin{pmatrix} 1 \\ \sqrt{15} \end{pmatrix}$ oder $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ im Poincaré-Modell der oberen Halbebene zwischen den Punkten $\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ liegt!
- Überprüfen Sie, ob einer der Punkte $\begin{pmatrix} 1 \\ \sqrt{15} \end{pmatrix}$ oder $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ in der euklidischen Ebene zwischen den Punkten $\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ liegt!

Aufgabe 2. (6 Punkte)

Zur Lösung dieser Aufgabe dürfen Sie die folgenden beiden Sätze benutzen – sie brauchen diese nicht zu beweisen:

Satz 1. Falls drei Punkte P, Q, R in der euklidischen Ebene nicht auf einer Geraden liegen, so ist

$$d(P,Q) + d(Q,R) > d(P,R),$$

wobei d den euklidischen Abstand der Punkte im $\mathbb{R}^2$ bezeichnet.

Satz 2. Ein Punkt Q in der euklidischen Ebene liegt genau dann auf der (eindeutig bestimmten) Geraden durch P und R, falls es ein $t \in \mathbb{R}$ gibt mit

$$Q = P \oplus t \bullet (R \ominus P).$$

Zeigen Sie, dass ein Punkt Q in der euklidischen Ebene genau dann zwischen zwei anderen Punkten P und R mit $P \neq R$ liegt (im Sinne von Definition/Beispiel 2.13 der Vorlesung), falls $d(P,Q) + d(Q,R) = d(P,R)$, wobei d den euklidischen Abstand der Punkte im $\mathbb{R}^2$ bezeichnet!

Späteste Abgabe: Fr, 21.12.2012, 12.00 Uhr

Angela Holtmann