# Übungsblatt 1

**Aufgabe 1.**

1. Seien $a_1, \ldots, a_n \in \mathbb{N}$. Zeigen Sie:
   Ist $p$ eine Primzahl mit $p \mid a_1 \cdot \ldots \cdot a_n$, so gibt es ein $i \in \{1, \ldots, n\}$ mit $p \mid a_i$.
2. Seien $a, b \in \mathbb{Z}$. Zeigen Sie:
   Es ist $13 \mid (39a + b)$ genau dann, wenn $13 \mid (65a + b)$.

**Aufgabe 2.** Zeigen Sie, dass es in der Behauptung im Beweis von Satz 1.2.5 wichtig ist, den kleinsten (positiven) Teiler $t > 1$ von $a := p_1 \cdot \ldots \cdot p_n + 1$ zu nehmen, da $a$ selbst in der Regel *keine* Primzahl ist!

Wir nummerieren dazu die (positiven) Primzahlen $(2, 3, 5, 7, 11, \ldots)$ der Reihe nach durch, etwa $q_1 := 2$, $q_2 := 3$, $q_3 := 5$, $q_4 := 7$, $q_5 := 11$ usw. Basteln Sie sich nach und nach die Zahlen $a_n$, $n \in \mathbb{N}$, indem Sie

$$a_n := q_1 \cdot \ldots \cdot q_n + 1$$

bilden! Welches ist die *erste* Zahl $a_i$ – also die mit dem kleinsten Index $i$ –, die keine Primzahl ist? Wie lautet die Primfaktorzerlegung dieser Zahl?

**Aufgabe 3.** Sei $p \in \mathbb{N}$. Zeigen Sie, dass dann die folgenden Aussagen äquivalent sind:

1. $p$ ist eine Primzahl.
2. Sind $a, b \in \mathbb{Z}$ mit $p \mid a \cdot b$, so gilt $p \mid a$ oder $p \mid b$.

*Hinweis:* Benutzen Sie dazu Lemma 1.2.6 und Lemma 1.2.2.!

(Bitte wenden!)

Hier noch einige *Informationen zur Vorlesung*:

Pro Woche werden ab dem 8.4.2011 (in der Regel) drei Übungsaufgaben gestellt, die von den Übungszettelkorrektoren korrigiert und mit Punkten versehen werden. Die Lösungen der Aufgaben sind jeweils bis zum folgenden Freitag (auf DIN-A4-Blättern und mit Namen versehen) in das Postfach des jeweiligen Übungszettelkorrektors zu werfen. Die Übungen dürfen einzeln, in Zweier- oder ggf. Dreiergruppen abgegeben werden.
Die gerechneten Übungen werden in der Regel jeweils am darauf folgenden Dienstag nach der Vorlesung zurückgegeben.

Am Ende des Semesters wird es eine Klausur geben.

Die Homepage zur Vorlesung mit aktuellen Informationen ist unter

`http://wwwmath.uni-muenster.de/u/angela.holtmann/lehre/alg_zt_ss11.html`

zu finden.