

## SUMMEN UND PRODUKTE VON POLYNOMEN

– Kurzschreibweisen –

Hier in Kurzschreibweise für diejenigen, die Summenschreibweisen kennen:

Gegeben sei ein Ring  $R$ . Ein Polynom über  $R$  in der Variablen  $X$  ist ein Ausdruck der Form

$$f = \sum_{i=0}^n r_i X^i$$

mit  $r_i \in R$  für alle  $i = 0, \dots, n$ .

Ist ein weiteres Polynom  $g$  gegeben, etwa  $g = \sum_{j=0}^m s_j X^j$ , so ist die *Summe* von  $f$  und  $g$  definiert als

$$f + g = \sum_{i=0}^{\max(n,m)} (r_i + s_i) X^i,$$

wobei wir ggf.  $r_i := 0$  und  $s_j := 0$  für alle  $i > n$  und alle  $j > m$  setzen.

Das *Produkt* von  $f$  und  $g$  ist definiert als

$$f \cdot g := \sum_{k=0}^{m+n} \sum_{\substack{i,j \\ i+j=k}} r_i s_j X^k,$$

wobei wir ggf.  $r_i := 0$  und  $s_j := 0$  für alle  $i > n$  und alle  $j > m$  setzen.

(Gebildet wird also eine Summe über die  $X^k$  – und  $k$  läuft dabei von 0 bis  $m+n$  –, wobei jeder Koeffizient (Vorfaktor) vor einem einzelnen  $X^k$  (für ein fest vorgegebenes  $k$ ) *wiederum* aus einer Summe besteht, nämlich aus der Summe, die aus allen Produkten  $r_i s_j$  besteht, deren Indizes  $i$  und  $j$  die Gleichung  $i + j = k$  erfüllen.)

(Das spart vielleicht etwas Schreibarbeit bei der Lösung von Aufgabe 2 auf Übungsblatt 10.)