

## ÜBUNGSBLATT 3

**Aufgabe 1.** (4 Punkte) – eine Rechenaufgabe

- Berechnen Sie die Anzahl der positiven Teiler der folgenden Zahlen: 5, 27, 1024, 30031, 44200.
- Berechnen Sie das Produkt aller positiven Teiler der folgenden Zahlen: 5, 27, 1024, 30031. (Wer mag, kann auch das Produkt aller positiven Teiler von 44200 berechnen. Ein Computer-Algebra-System wäre dazu sicherlich hilfreich.)
- Berechnen Sie die Summe aller positiven Teiler der folgenden Zahlen: 5, 27, 1024, 30031, 44200.

**Aufgabe 2.** (4 Punkte)

Eine natürliche Zahl  $a$  heißt *quadratfrei*, wenn gilt: Ist  $n \in \mathbb{N}$  mit  $n^2|a$ , so ist  $n = 1$ .

Zeigen Sie:

$a \in \mathbb{N}$ ,  $a \neq 1$ , ist genau dann quadratfrei, wenn in der Primfaktorzerlegung  $a = p_1^{m_1} \cdot \dots \cdot p_k^{m_k}$  mit  $p_1 < \dots < p_k$  und  $m_1, \dots, m_k \in \mathbb{N}$  alle Exponenten  $m_i$ ,  $i = 1, \dots, k$ , gleich 1 sind.

**Aufgabe 3.** (4 Punkte)

Sei  $n \in \mathbb{N}$  ungerade (und beliebig). Zeigen Sie, dass es dann zu  $n$  zwei Zahlen  $a, b \in \mathbb{N}_0$  gibt mit

$$n^2 = 8a + 1$$

und

$$n^4 = 16b + 1.$$

Geben Sie explizit an, wie  $a$  und  $b$  zu vorgegebenem  $n$  aussehen müssen!