24.10.2016

Kommentare zu den Übungsaufgaben aus Kap. 1 (Vector bundles, J-homomorphism & Adams conjecture)

Viele von den Übungsaufgaben im Text sind natürlich nur Ersatz für Teile von Beweisen, die ich nicht ausschreiben wollte. Solche Übungsaufgaben sind nicht immer interessant.

Ex.1.1.4: ist zwar nett, aber nicht unbedingt "lehrreich".

Ex.1.2.4: hier geht es natürlich darum, mit der HLP klarzukommen. Mässig spannend.

Ex.1.2.6: ist lehrreich. Antwort kann kurz sein, aber erfordert dann wahrscheinlich gewisse Kenntnisse.

Ex.1.2.7: mechanisch.

Ex.1.4.2.: nicht spannend, aber ganz lustig — hier geht es darum, mit der "direct limit topology" klarzukommen.

Ex.1.4.4. Nicht spannend.

Ex.1.5.3 und 1.5.4: sehr mechanisch.

Ex.1.5.9: sehr lustige, spannende Aufgabe, erfordert auch Einfallsreichtum (wenigstens Geduld, um den Zusammenhang mit Thm 1.5.7 herzustellen).

Ex.1.6.1: finde ich sehr gut! Gut, um sich mit diesen "Realisierungen" vertraut zu machen.

Ex.1.6.2: eigentlich sehr langweilig, aber eine Herausforderung im Hinblick auf gute Organisation.

Ex.1.6.9: wahrscheinlich langweilig.

Ex.1.6.10: gute Art, zu überprüfen, ob der Beweis von Thm 1.6.7.(i) einigermassen verstanden worden ist.

Ex.1.8.1 und 1.8.2: vielleicht nicht sehr spannend, aber wichtig, und gut zum Einüben von grundlegenden Begriffen wie *Wirkung von Fundamentalgruppe auf den höheren Homotopiegruppen*.

Daher sind meine Favoriten: 1.5.9 und 1.6.1.; vielleicht 1.2.6 für einen gemässigten Anfang.

23.11.2016

Kommentare zu den Übungsaufgaben aus Kap. 3

Ex.3.1.1. Am wichtigsten ist Teil (i). Erfordert ein paar geometrische Überlegungen mit Vektorbündeln. Kompaktheit von P und Q spielt dabei eine gewisse Rolle (für Leute, die vorsichtig sind). Teil (ii) ist *formal* und Teil

(iii) sollte auch formal bleiben. Bei Teil (iii) gibt es aber eine kleine Falle, in die man nur tappen sollte, wenn da jemand ist, der einen herausholt.

Ex.3.3.5. Ich habe hier beinah schon angenommen, dass der Operator A stetig ist, und *stetig* heisst: beschränkt. Wer also zeigt, dass A die Einheitskugel von $L^2([0,1])$ in eine beschränkte Menge abbildet, hat damit etwas Gutes getan, aber trotzdem nur meine Annahme bestätigt, dass A stetig ist! Die abgeschlossene Einheitskugel von einem unendlich-dimensionalen Hilbertraum ist nicht kompakt (Spezialfall von Satz von F Riesz für Banachräume, und bei Hilberträumen besonders leicht einzusehen).

Ex.3.3.7 und Ex.3.3.9. Natürlich soll Ex.3.3.7 erklären, was es mit der Bedingung *Bild von* A *ist abgeschlossen* in Def.3.3.6 auf sich hat. Ex.3.3.9 illustriert das noch durch ein Beispiel. Eine Aufgabe für mich selber eigentlich.

Ex.3.3.14. Denkbar, dass es noch eine ganz andere Lösung gibt, die den Hinweis nicht benutzt; stattdessen Prop.3.3.10.

Ex.3.4.3., Teil (i). Hier ist es gut, sich in Erinnerung zu rufen, warum die gewöhnlichen Grassmann-Mannigfaltigkeiten (z.B. Menge der p-dimensionalen linearen Unterräume in $\mathbb{R}^{p+q}$) tatsächlich differenzierbare Mannigfaltigkeiten sind. Denn das Argument dafür sollte auch im unendlich-dimensionalen Fall gut funktionieren. So habe ich mir das gedacht.

Ex.3.5.2. Muss natürlich gemacht werden, sollte aber ganz mechanisch sein. Sinn der Aufgabe ist, darauf hinzuweisen, dass die Abbildung α von Abschnitt 3.6 schon auf π_0 und bei $n = 1$ etwas Interessantes anstellt.