13.06.2015

7.Übungsblatt
Topologie SS 2015 (Weiss)

1. *Eine Aufgabe aus den Vorlesungsnotizen.* Man zeige, dass ein kommutatives Quadrat von Räumen

$$\begin{tikzcd} A \arrow[r, "u"] \arrow[d, "f"] & B \arrow[d, "g"] \\ C \arrow[r, "v"] & D \end{tikzcd}$$

genau dann ein schwaches Homotopie-Pullback-Quadrat ist, wenn für jedes $c \in C$ die Abbildung $\mathrm{hofiber}_c(f) \to \mathrm{hofiber}_{v(c)}(g)$ induziert durch die horizontalen Pfeile u and v eine schwache Homotopieäquivalenz ist.

2. *Eine weitere Aufgabe aus den Vorlesungsnotizen.* Sei $u\colon Y \to Z$ eine Abbildung von Räumen. Sei X ein CW-Raum. Man zeige: Wenn u eine schwache Homotopieäquivalenz ist, dann ist $u\circ\ : \mathrm{map}(X, Y) \to \mathrm{map}(X, Z)$ auch eine schwache Homotopieäquivalenz.

3. *Zwei Musterbeispiele (hoffentlich) für angewandte Hindernistheorie. Dabei darf und sollte ohne Beweis benutzt werden, dass $\pi_k(S^2)$ eine endliche Gruppe ist für alle $k > 0$ ausser $k = 2, 3$. Aber auch mit dieser Hilfestellung sind es keine leichten Aufgaben.*

(a). Man zeige, dass es nur endlich viele Homotopieklassen[1] von Abbildungen von $\mathbb{C}P^3$ nach S^2 gibt.

(b) Man zeige, dass es unendlich viele Homotopieklassen von Abbildungen von $\Sigma(\mathbb{C}P^3)$ nach S^2 gibt.

Abgabe wenn überhaupt gegen Freitag 19.6. vor 16:00.

[1] Es ist hier egal, ob wir von punktierten Abbildungen und Homotopieklassen oder von unpunktierten Abbildungen und Homotopieklassen sprechen. Warum?