05.06.2015

6.Übungsblatt
Topologie SS 2015 (Weiss)

1. (a) Sei $f\colon \star \to S^2$ die Inklusion vom Grundpunkt. Die Postnikov-Moore 1-Faktorisierung

$$\star \longrightarrow Z \xrightarrow{f_1} S^2$$

von f soll explizit angegeben werden. (Siehe Def. 3.13 und Remark 3.17, Vorlesungsnotizen.) Besonders gesucht: eine einfache Beschreibung von Z.

(b) Sei $f\colon \star \to \mathbb{C}P^7$ die Inklusion vom Grundpunkt. Die Postnikov-Moore 1-Faktorisierung

$$\star \longrightarrow Z \xrightarrow{f_1} \mathbb{C}P^7$$

von g soll explizit angegeben werden. Besonders gesucht: eine einfache Beschreibung von Z.

2. Sei X ein $(\ell-1)$-zusammenhängender CW-Raum mit Grundpunkt, wobei $\ell \geq 2$. Sei Z ein zusammenhängender CW-Raum mit Grundpunkt, und es gelte $\pi_m(Z) = 0$ für $m > \ell$. Dann gibt es eine Bijektion

$$[X, Z]_\star \cong H^\ell(X; \pi_\ell(Z)).$$

[Hinweis: Aufgabe 3 von Übungsblatt 5 ausnutzen mit Z wie hier und $Y = \star$ als Unterraum von Z, und $k = \ell - 2$. Übrigens war die Forderung $k \geq 1$ in der Aufgabe überflüssig; $k \geq 0$ hätte gereicht. Ausserdem: im Zusammenhang mit Satz von Hurewicz haben wir etwas Bekanntschaft mit $(\ell - 1)$-zusammenhängenden CW-Räumen gemacht. Das kann auch helfen.]

3. Sei X ein zusammenhängender CW-Raum mit Grundpunkt, $X = X^\ell$ für ein gewisses $\ell \geq 2$. Sei Y ein $(\ell - 1)$-zusammenhängender CW-Raum mit Grundpunkt. Dann ist

$$[X, Y]_* \cong H^\ell(X; \pi_\ell(Y)) \cong H^\ell(X; H_\ell(Y)).$$

[Hinweis: Statt mit Aufgabe 3 von Übungsblatt 5 kann man hier leichter mit Definitionen 3.11 und 3.12 von Vorlesungsnotizen argumentieren.]