15.05.2015

4.Übungsblatt
Topologie SS 2015 (Weiss)

1. Zeigen, dass es ein Faserbündel $E \to \mathbb{C}P^\infty \vee \mathbb{C}P^\infty$ gibt mit Faser $\cong S^1$ und Totalraum E homotopieäquivalent zu S^2. Welche merkürdige Konsequenz hat das für die Homotopiegruppen von $\mathbb{C}P^\infty \vee \mathbb{C}P^\infty$? Und was war nochmal das "reelle" Gegenstück zu diesen eher komplexen Tatsachen?

2. Sei $n \geq 2$ eine ganze Zahl. Man zeige, dass es einen halbexakten Funktor F gibt von der Form $F(X) =$ *Menge der Isomorphieklassen von n-blättrigen Überlagerungen von* X ... wobei die Faser über dem Grundpunkt von X ausdrücklich mit einer Bijektion nach $\{1, 2, \ldots, n\}$ versehen sein soll, die bei den Isomorphismen auch berücksichtigt werden muss. Dabei bedeutet n-blättrig, dass die Fasern endliche Mengen mit n Elementen sind. — Lässt sich für dieses F ein darstellender Raum explizit angeben?

3. Sei F halbexakt und X ein CW-Raum, $X = A \cup B$ für CW-Unterräume A und B, alle zusammenhängend (auch $A \cap B$), gemeinsamer Grundpunkt ist eine 0-Zelle von $A \cap B$. Gegeben $s \in F(A)$ and $t \in F(B)$ mit $s|_{A\cap B} = t|_{A\cap B} \in F(A \cap B)$. Angenommen, die Inklusion $A \to X$ besitzt ein Linksinverses $q \colon X \to A$, so dass $q|_A = \mathrm{id}_A$. Existiert dann ein *eindeutiges* $u \in F(X)$ mit $u|_A = s$ and $u|_B = t$?