19.10.2015

Nicht-Euklidische Geometrie (Weiss)
WS 2015-16
Übungsblatt Woche 1

1. Sei X eine Menge, die nur auf eine einzige Weise mit einer Metrik d ausgestattet werden kann. Was kann über die Anzahl der Elemente von X gesagt werden? [2]

2. Sei $d\colon \mathbb{R}\times\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definiert durch $d(y,z)=(z-y)^2$. Ist dieses d eine Metrik auf $\mathbb{R}$? [3]

3. Beispiel vom ersten Wochenblatt: Für $y\in\mathbb{R}$ und $z\in\mathbb{R}$ sei $d(y,z)=|z|+|y|$ falls $y\neq z$ und $d(y,z)=0$ falls $y=z$. Nachweisen, dass d eine Metrik auf $\mathbb{R}$ ist. Und warum wird sie gerne von Franzosen die *SNCF-Metrik* genannt?

4. Eine Metrik D auf $\mathbb{R}^2$ ist gegeben durch

$$D(x,y)=\max\{\,|y_1-x_1|,|y_2-x_2|\,\}.$$

Sei d die Standardmetrik auf $\mathbb{R}$, also $d(y,z)=|z-y|$. Sei $p=(0,0)\in\mathbb{R}^2$ und $q=(1,0)\in\mathbb{R}^2$. Zeigen Sie: Es gibt unendlich viele Abbildungen $f\colon\mathbb{R}\to\mathbb{R}^2$, die abstandserhaltend sind (für die Metriken d und D) und $f(0)=p$ sowie $f(1)=q$ erfüllen. [9]

5. Metrik D auf $\mathbb{R}^2$ wie in Aufgabe 4. Gibt es eine Isometrie g von $\mathbb{R}^2$ mit Metrik D nach $\mathbb{R}^2$ mit Metrik D, die die Teilmenge $A=\{x\in\mathbb{R}^2|\ x_1=0\}$ auf die Teilmenge $B=\{x\in\mathbb{R}^2|\ x_1=x_2\}$ abbildet? [6]

Zur Abgabe wahrscheinlich am Fr dem 30. Oktober vor 16:00: Aufgaben 1,2,4 und 5.